

# 低温高密度におけるQCD型理論の現象 —中性子星内部の理解にむけた第一原理計算—

伊藤 悦子 (京都大学 基礎物理学研究所)



Refs:

(1) K.Iida, E.I., T.-G. Lee: JHEP2001(2020)181

(2) K.Iida, E.I., T.-G. Lee: arXiv:2008.06322

(3) T.Furusawa, Y.Tanizaki, E.I: PRResearch 2(2020)033253

Work in progress

# 低温高密度におけるQCD型理論の現象 —中性子星内部の理解にむけた第一原理計算—

## 2カラー-QCDの低温高密度領域での相構造について

伊藤 悦子 (京都大学 基礎物理学研究所)



### Refs:

(1) K.Iida, El, T.-G. Lee: JHEP2001(2020)181

(2) K.Iida, El, T.-G. Lee: arXiv:2008.06322

(3) T.Furusawa, Y.Tanizaki, El: PRResearch 2(2020)033253

Work in progress

# 動機

加速器物理でわかることが一段落した今  
素粒子分野で低温高密度QCDを考える時かもしれない

The Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory (*LIGO*)



LIGO

NASA's Neutron star Interior Composition Explorer (*NICER*)  
中性子星の表面付近から放出される soft X-raysを観測

Focus on *NICER* Constraints on the Dense Matter Equation of State

Zaven Arzoumanian & Keith C. Gendreau (NASA Goddard Space Flight Center)

December 2019



NICER

## 中性子星の観測実験

Cf.) 中性子星の冷却温度とダークマター/アクシオンの関係など

K.Hamaguchi, N. Nagata, K.Yanagi, J. Zheng, [arXiv:1806.07151]

K.Yanagi, N. Nagata, K.Hamaguchi, [arXiv:1904.04667]

K.Hamaguchi, N. Nagata, K. Yanagi, [arXiv:1905.02991]

# QCDの理解の現状

少数核子系はクォークの理論(QCD)から格子計算で理解できるようになってきた。

多数の核子が詰まった媒質中の核子系は？

現実の物理系としては存在するのに、理論的には全くわかっていない…。

LHCb, RHIC (中間密度, 高温)  
Neutron star (高密度, 低温)



「中性子星の中は  
どうなっているか」

日経サイエンス2020年1月号

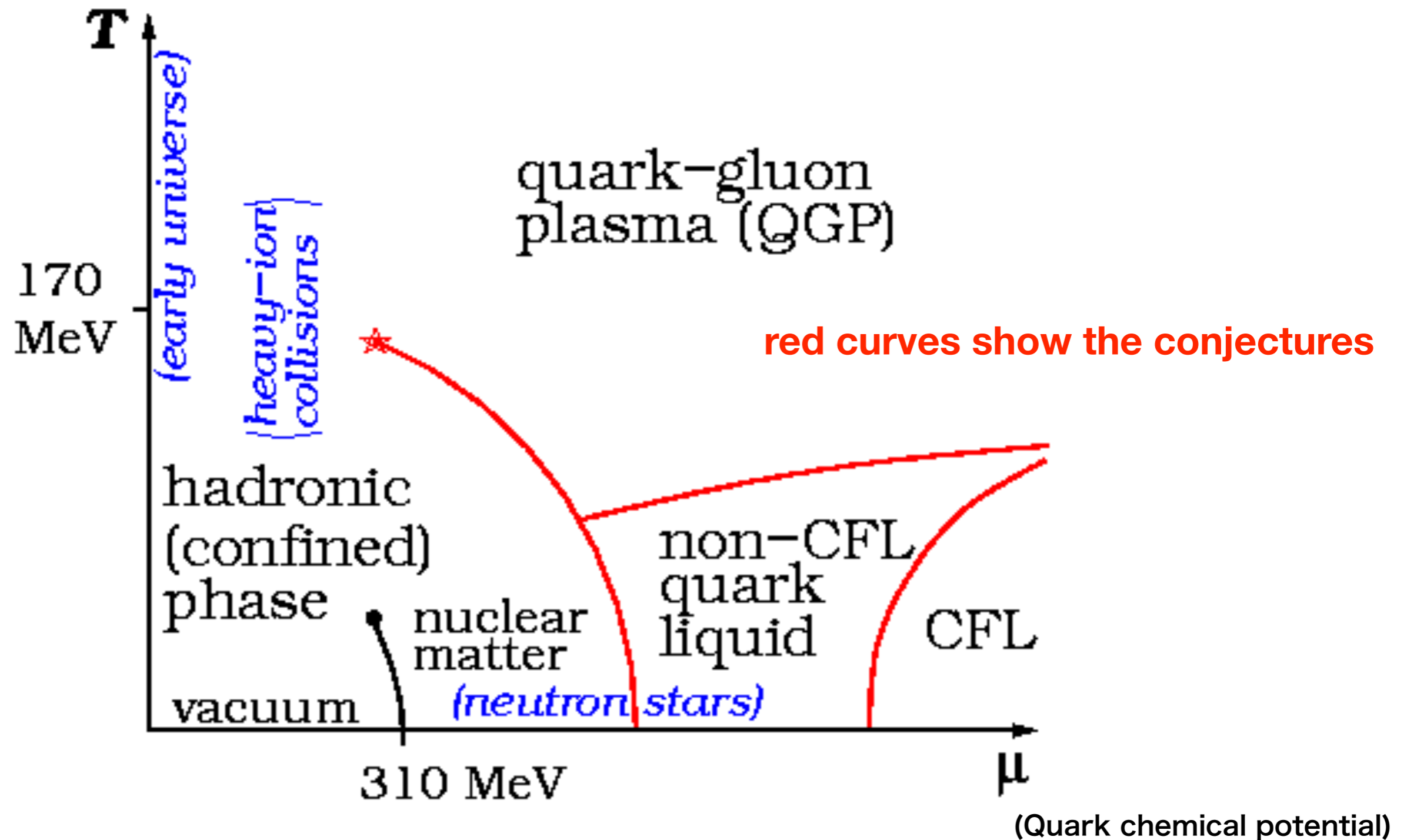
中性子星の中ではフェルミ縮退圧を下げるため  
ボソンを作って凝縮している…？

有限密度QCDの  
何を知りたいか？

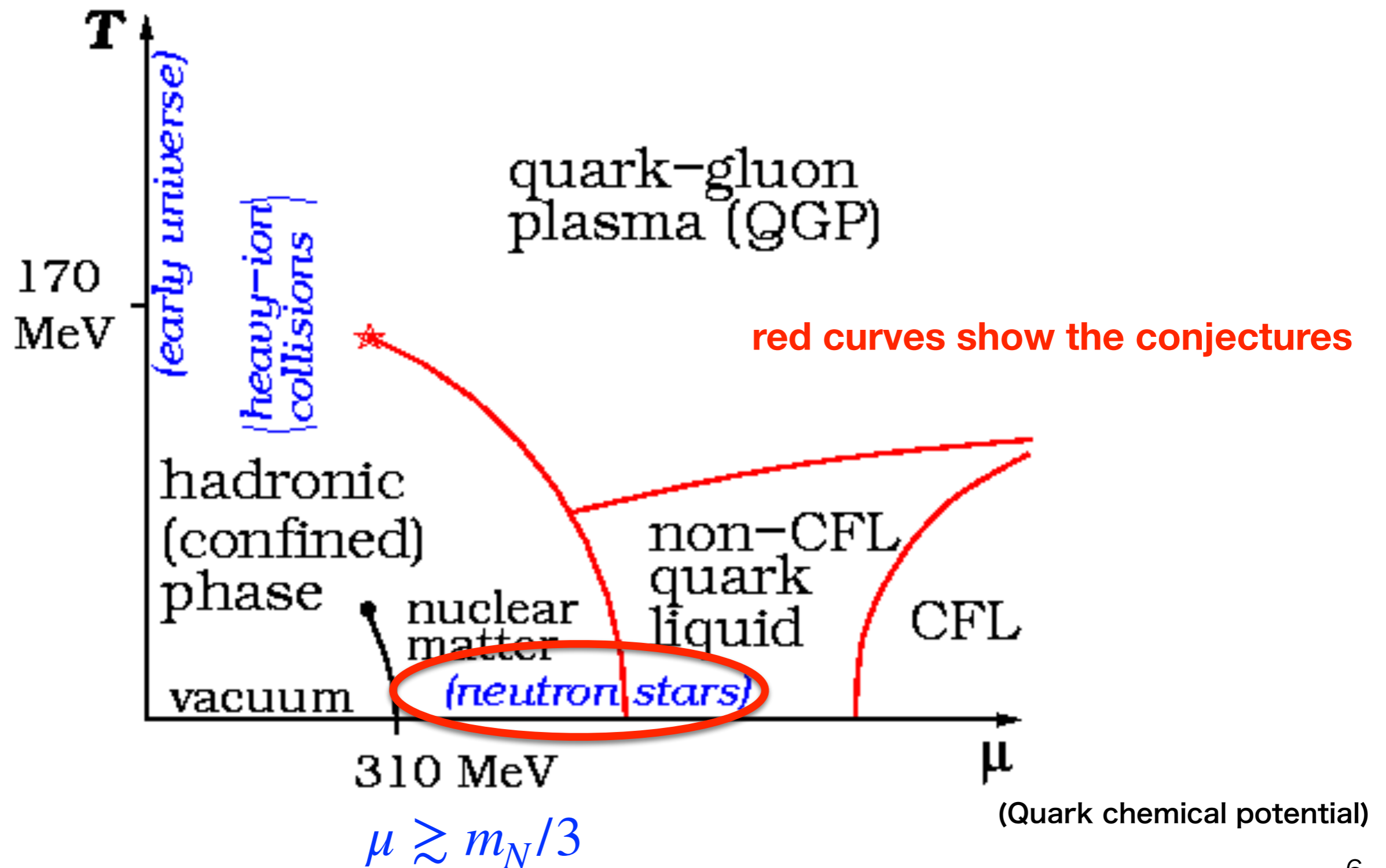
- 温度密度相図
- インスタントン・カラーフラックスチューブの密度依存性
- ハドロン質量、核力の密度依存性
- 状態方程式
- 輸送係数



# QCD phase diagram in Wikipedia

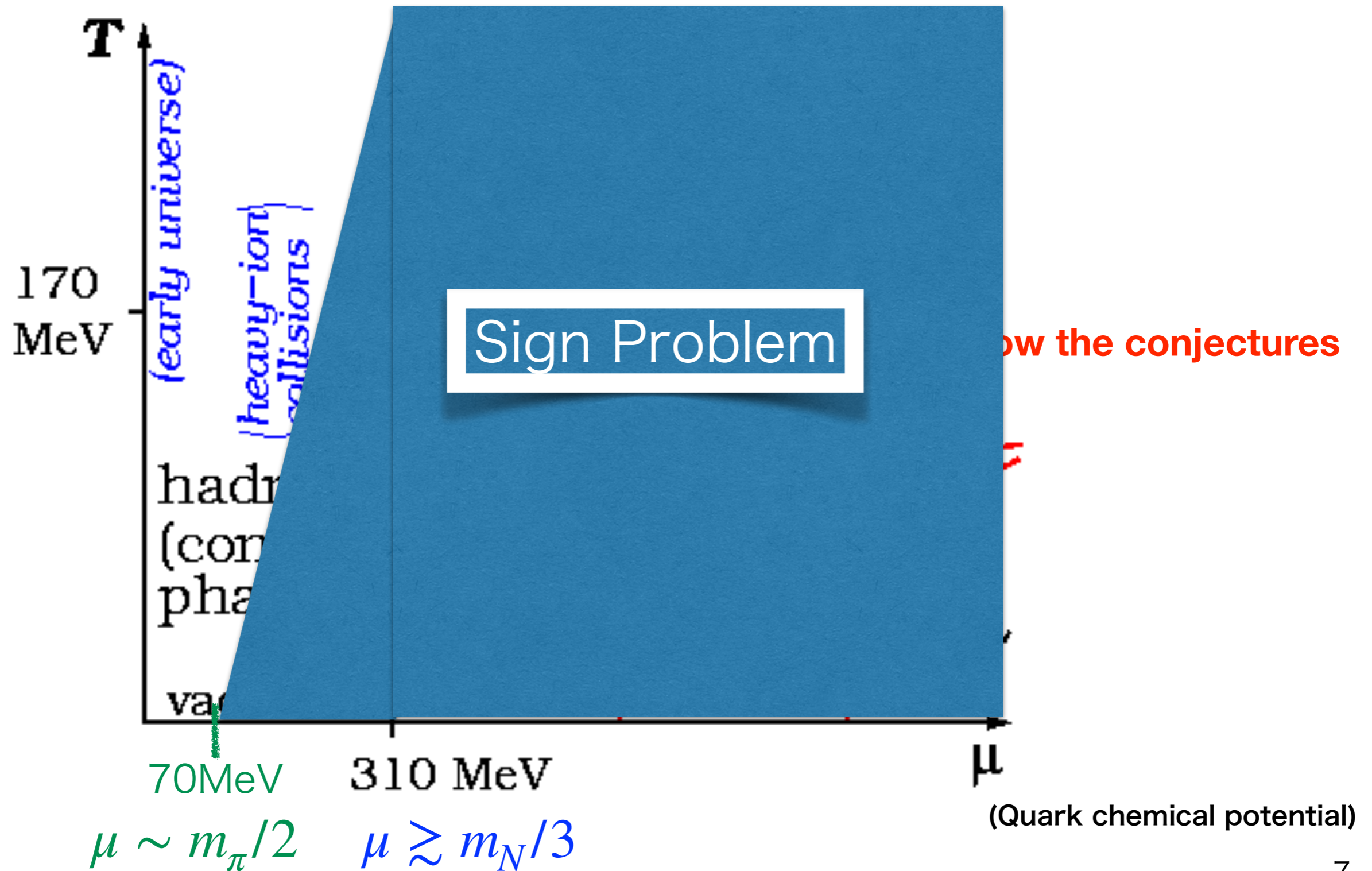


# QCD phase diagram in Wikipedia



# QCD phase diagram in Wikipedia

永田桂太郎：「有限密度格子QCDと符号問題の現状と課題」  
素粒子論研究Vol.31(2020) No.1



# 有限密度QCDシミュレーションの2つの困難

(1) 符号問題  $\langle \mathcal{O} \rangle = \frac{1}{Z} \int DUD\psi \mathcal{O} e^{-S_g - \int \bar{\psi} D \psi} = \frac{1}{Z} \int DU \mathcal{O} (\det D)^{N_f} e^{-S_g}$

確率重みとするなら real-positive でないといけない

ゼロ密度 ( $\mu = 0$ ), Dirac演算子は $\gamma_5$ エルミート ( $D^\dagger = \gamma_5 D \gamma_5$ )なので $\det D$ は「実数」

有限密度 ( $\mu \neq 0$ ), Dirac演算子は $\Delta(-\mu)^\dagger = \gamma_5 \Delta(\mu) \gamma_5$ なので $\det \Delta(\mu)$ は「(一般に)複素数」

2カラーQCDの場合は、SU(2)群の基本表現(=quark)が擬実表現のため

$\det \Delta(\mu)$ は「実数」(正または負)

偶数フレーバーの2カラーQCDを考えると符号問題は現れない

## (2) 計算不安定性問題(onset problem)

低温高密度でU(1)B対称性が自発的に破れた相転移付近で計算が進まなくなる

カイラル摂動論から $\mu/m_{PS} \geq 1/2$ と予言されている. ここで $m_{PS}$ は $\mu = 0$ でのpseudo-scalar (pion)の質量

U(1)B対称性を破る項(ダイクォーク源)を作用に入れて

その影響がゼロの極限を調べる

# 我々の戦略

(1) 2カラー2フレーバーQCDを考える

(2) フェルミオン作用にダイクォーク源をいれる

$$S_F^{cont.} = \int d^4x \bar{\psi}(x) (\gamma_\mu D_\mu + m) \psi(x) + \mu \hat{N} - \frac{j}{2} (\bar{\psi}_1 K \bar{\psi}_2^T - \psi_2^T K \psi_1)$$

QCD

Number op. diquark source

$$\hat{N} = \bar{\psi} \gamma_0 \psi$$

Related works on  $N_c=2$  with even # flavor

Kogut et al. NPB642 (2002)18, Alles et al. NPB752 (2006)124,

Hands et al. NPB752 (2006) 124, PRD81 (2010) 091502,, EPJ. A47 (2011) 60, PRD87 (2013)

034507, Kotov et al. PRD94 (2016) 114510, JHEP 1803 (2018) 161

$j \rightarrow 0$  極限として相関や物理量を得る



# 2カラーQCD と 3カラーQCD

(少なくとも $\mu = 0$ で)定性的には同じ

低温領域：

クォークの閉じ込め、  
カイラル対称性の破れ (注: massless 2カラーQCDではU(1)Bが破れてカイラルが回復することが可能)  
インスタントンの存在  
ハドロンの質量スペクトルの順番

高温領域：

クォーク・グルオンが非閉じ込め  
カイラル対称性の回復  
状態方程式、輸送係数の温度依存性

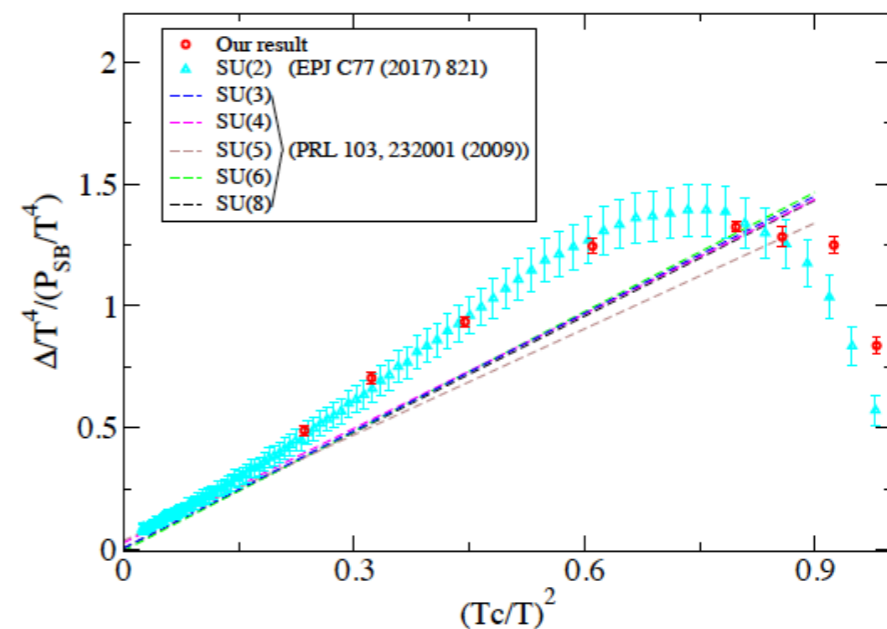
定量的にもそんなに変わらない…?

(例) pure SU(N) ゲージ理論の  
トレースアノマリー ( $\Delta = (\epsilon - 3p)$ )

(コメント)

QCD phase diagramの両軸：T と  $\mu$  [MeV]  
物理スケールはクォーク質量やフレーバー数に強く依存  
ユニバーサルには  
縦軸： $T/T_c$  横軸： $\mu/m_{PS}$  を使うと良い

T. Hirakida, Et, H. Kouno, PTEP 2019 (2019) 033B01



# Plan of talk

## 1. 2color QCD?

符号問題、on-set問題

## 2. 相の定義

$N_c=N_f=2$  QCDのフレーバー対称性とその破れ

## 3. シミュレーション結果

$T=0.39T_c, 0.79T_c$  での相構造

トポロジカル感受率

## 4. まとめと展望

# 相決定の秩序変数

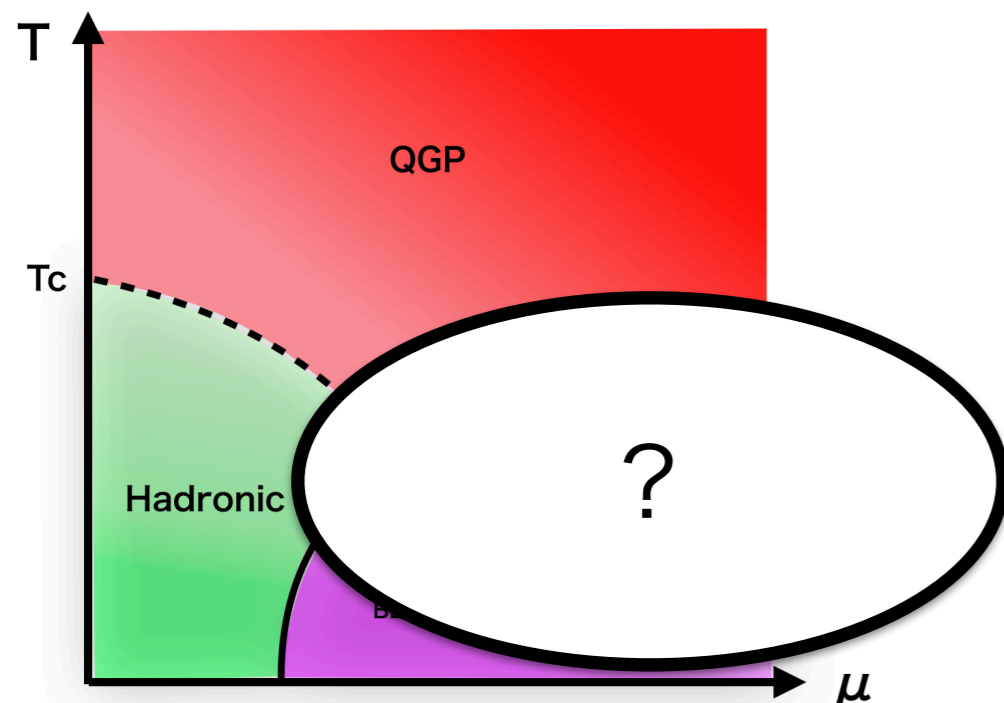
$\mu = 0$ のとき、QCDは2つの相転移を起こす

- 閉じ込め (low T)/非閉じ込め (high T)

(近似的) 秩序変数: Polyakov loop ( $\Lambda_{QCD}$ )

- カイラル対称性の破れ (low T)/回復 (high T)

(近似的) 秩序変数: カイラル凝縮 ( $\Sigma$ )



QCD相図

格子計算から現実のQCDでこの2つの相転移はほぼ同じ温度( $T_c$ )で起こる

# フレーバー対称性とその破れ

$$N_f=2 \quad N_c=3$$

standard symmetry

$$SU(2)_L \times SU(2)_R \times \cancel{U(1)_A} \times U(1)_B$$

$$m = 0, \mu = 0$$

**chiral  
condensation**



$$SU(2)_V \times U(1)_B$$

$$N_f=N_c=2$$

enhanced symmetry

$$SU(4) \quad m = 0, \mu = 0$$

explicit breaking

$$m > 0 \quad \mu > 0$$



$$SU(2)_V \times U(1)_B$$

meson-baryon sym.

**diquark  
condensation**



$$\psi \rightarrow e^{i\alpha} \psi$$

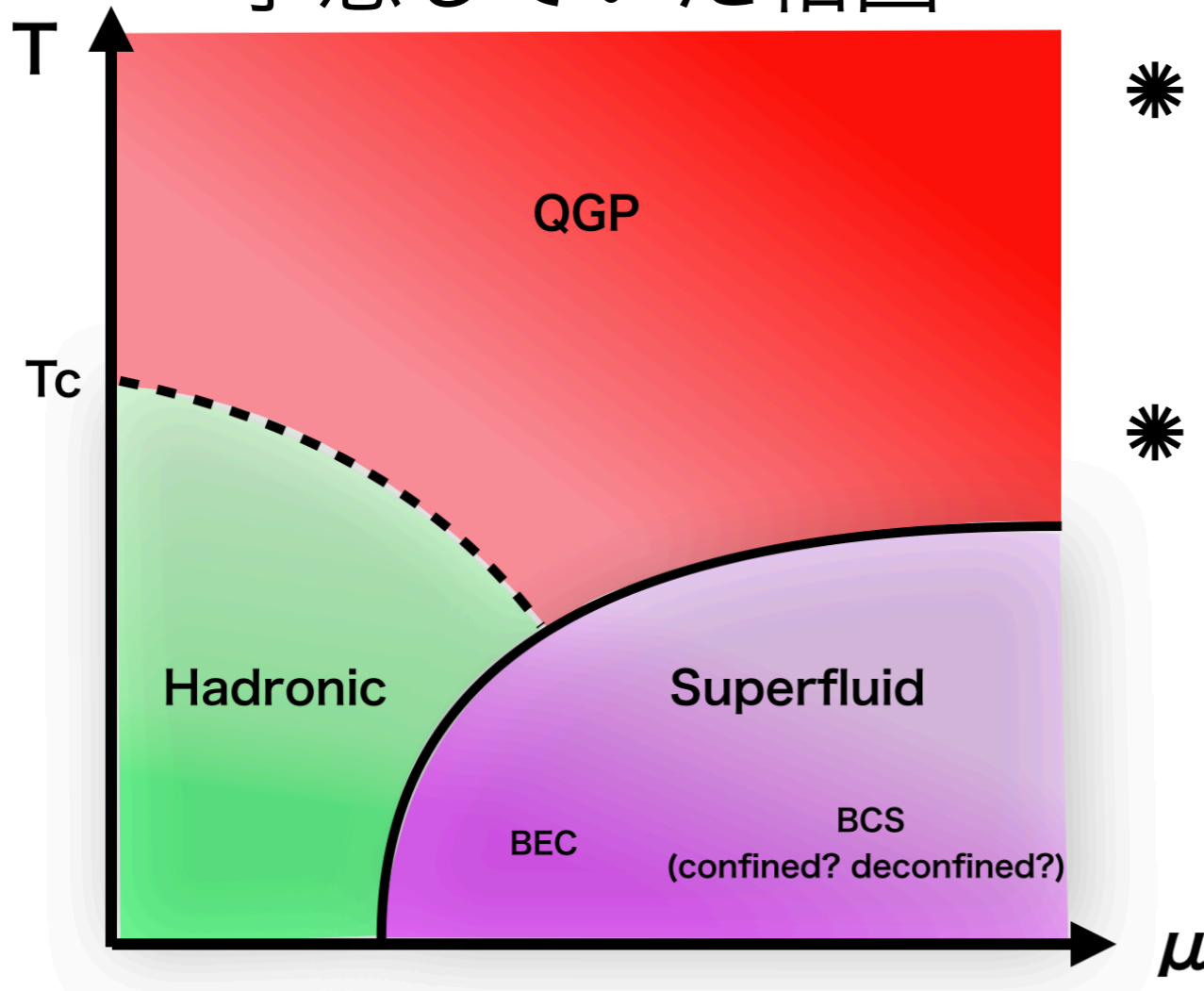
$$\bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi} e^{-i\alpha}$$

$$Sp(1)_V \simeq SU(2)_V$$

**diquark condensate** plays an alternative role of **chiral condensate** to study phase in finite  $\mu$  regime.

# 2カラー-QCDの相図の定義

予想していた相図



秩序変数

✳️ ポリヤコフープ ( $\Lambda_{QCD}$ )

$\langle |L| \rangle \sim 0$  閉じ込め

$\langle |L| \rangle \neq 0$  非閉じ込め

✳️ (アイソスカラー)ダイクォーク凝縮 ( $\Delta$ )

$\langle qq \rangle = 0$  超流動性なし

$\langle qq \rangle \neq 0$  超流動性あり

$U(1)_B$  対称性の破れのゴールドストーンモードに対応

$$\psi \rightarrow e^{i\alpha} \psi \quad \bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi} e^{-i\alpha}$$

	Hadronic	QGP	Superfluid	
			BEC	BCS
$\langle  L  \rangle$	zero	non-zero		
$\langle qq \rangle$	zero	zero	non-zero	$\propto \Delta(\mu)\mu^2$
$\langle n_q \rangle$		non-zero	non-zero	$n_q/n_q^{\text{tree}} \approx 1$



Technical progresses  
in our work

# diquark cond. with $j=0.02, 0.03, 0.04$

S.Cotter et al. Phys.Rev. **D87** (2013) 034507

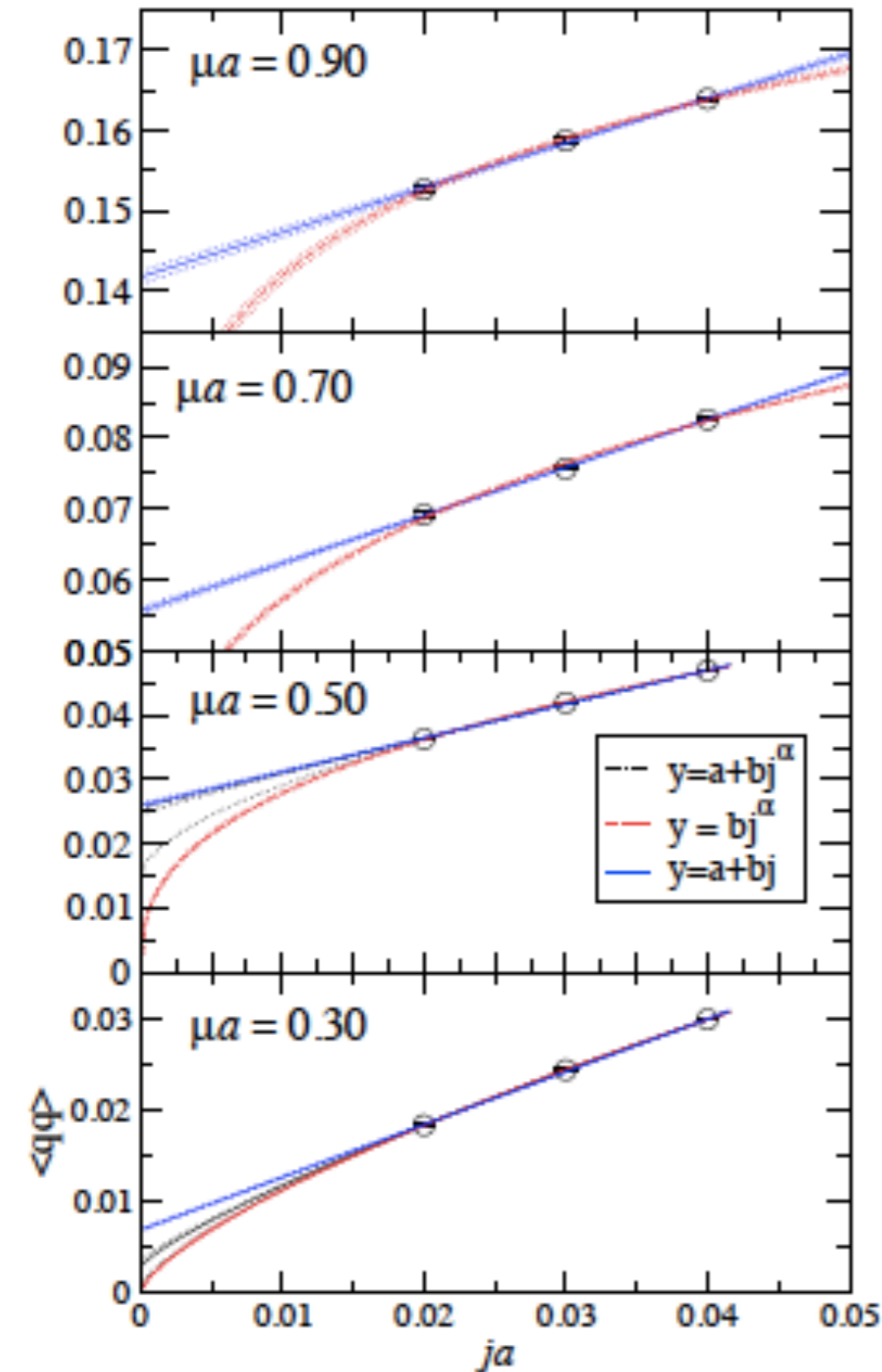
$j \rightarrow 0$  extrapolation is a hard task



Reweighting of  $j$ -parameter

- \* reweighting factor is almost unity,  $(R_j - 1) \sim 10^{-3}$ , in our calculations
- \* convergence of log-expansion is very well

Cf) B. B. Brandt, G. Endrodi and S. Schmalzbauer, Phys. Rev.D 97(2018) 05451



# Plan of talk

## 1. 2color QCD?

符号問題、on-set問題

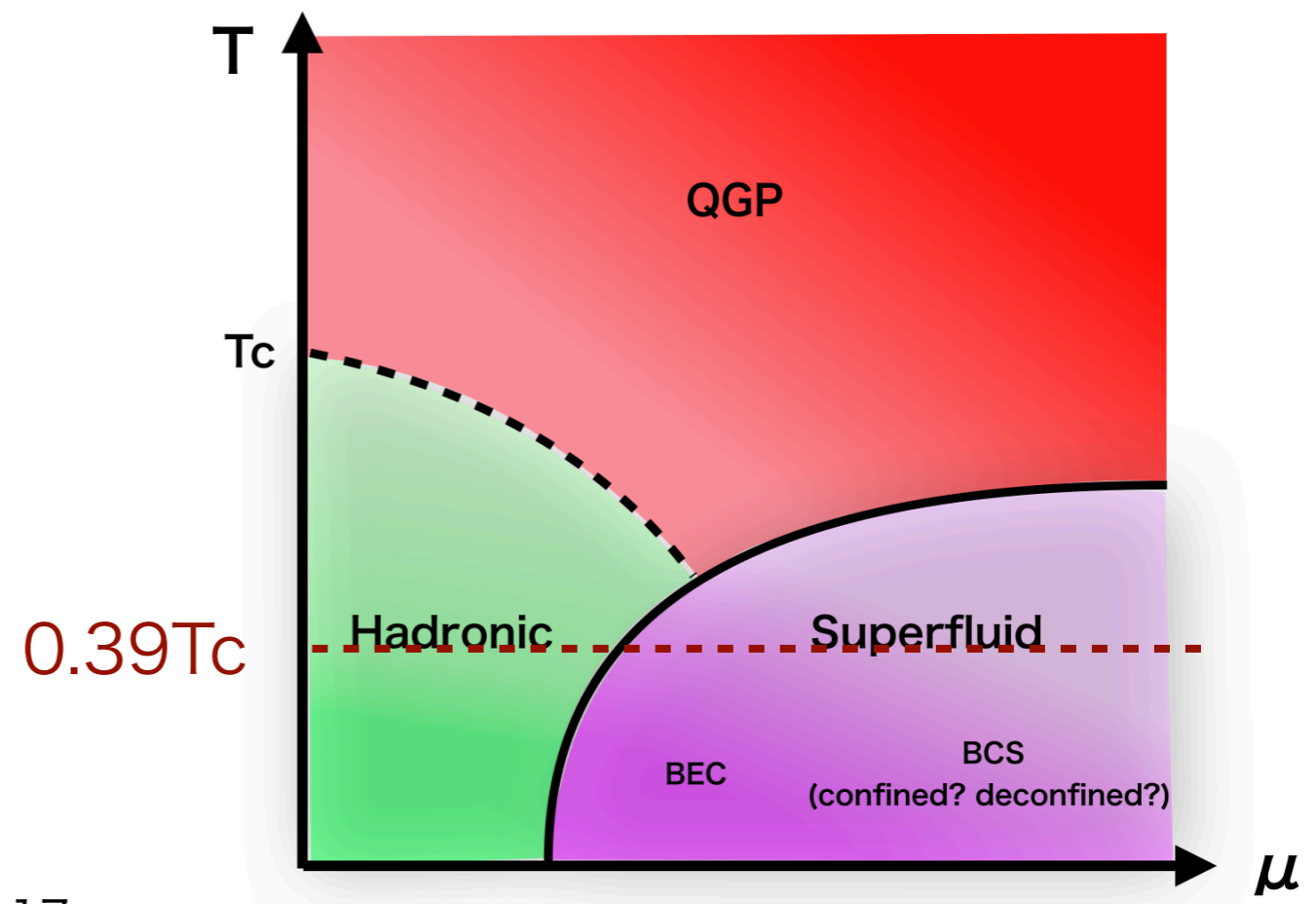
## 2. 相の定義

$N_c=N_f=2$  QCDのフレーバー対称性とその破れ

## 3. シミュレーション結果

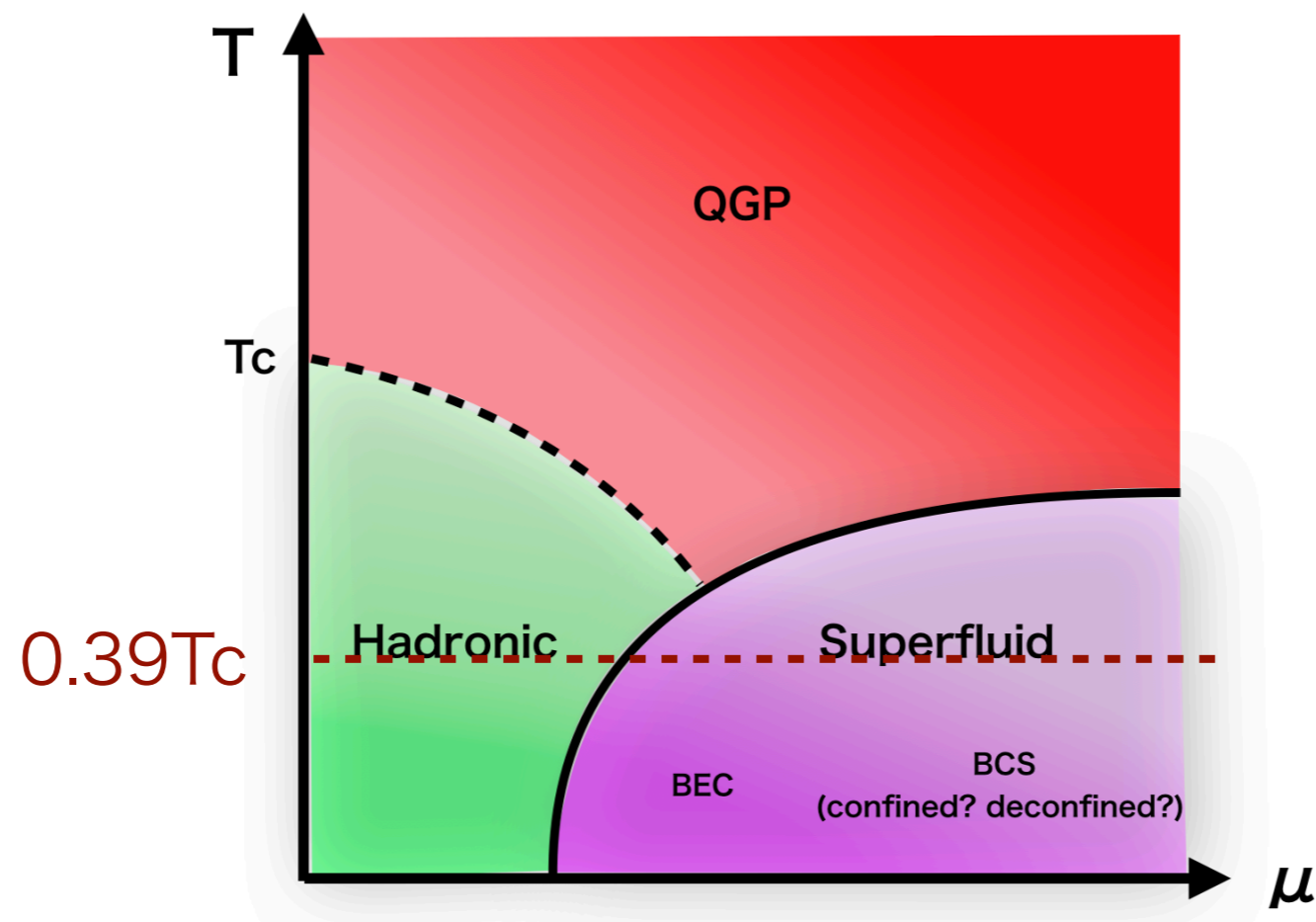
$T=0.39T_c, 0.79T_c$  での相構造  
トポロジカル感受率

## 4. まとめと展望

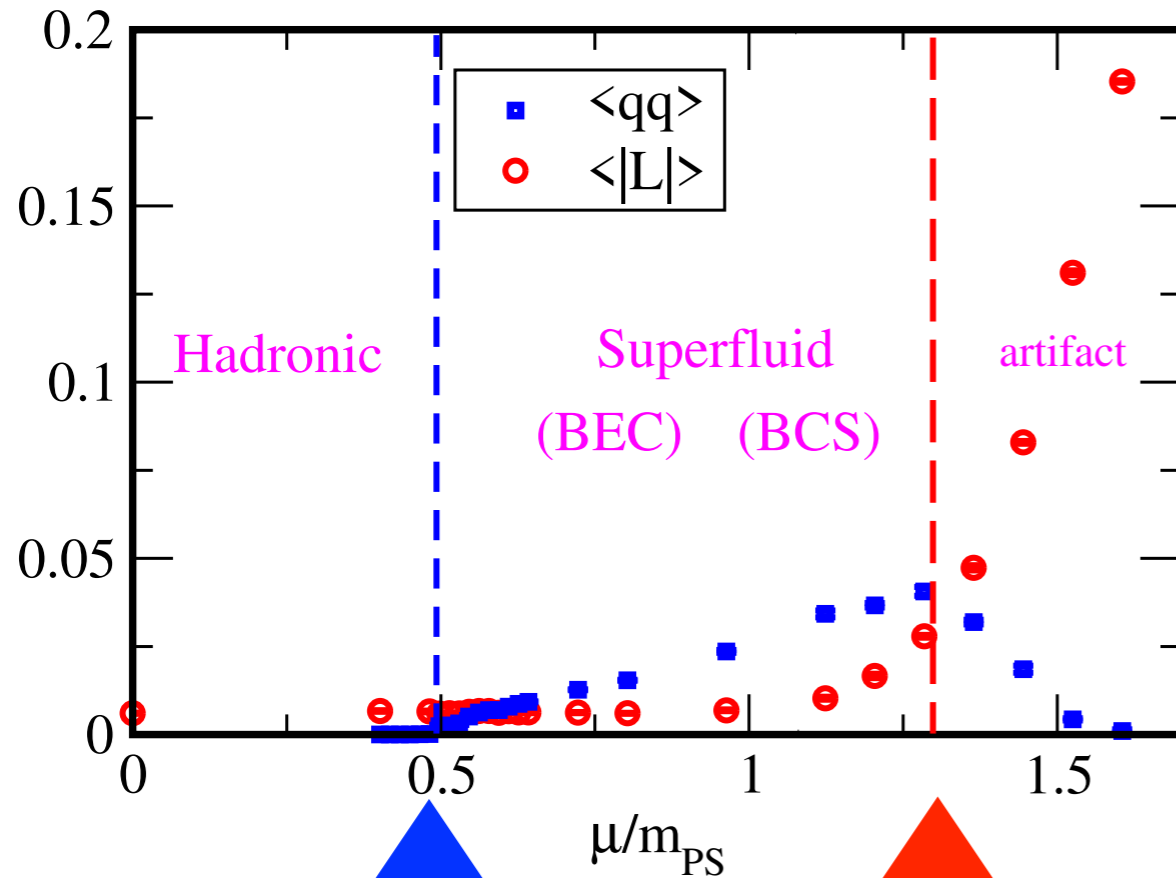


# Results

Lattice size:  $16^4$  :  $T=0.39T_c$  ( $\sim 79\text{MeV}$ )

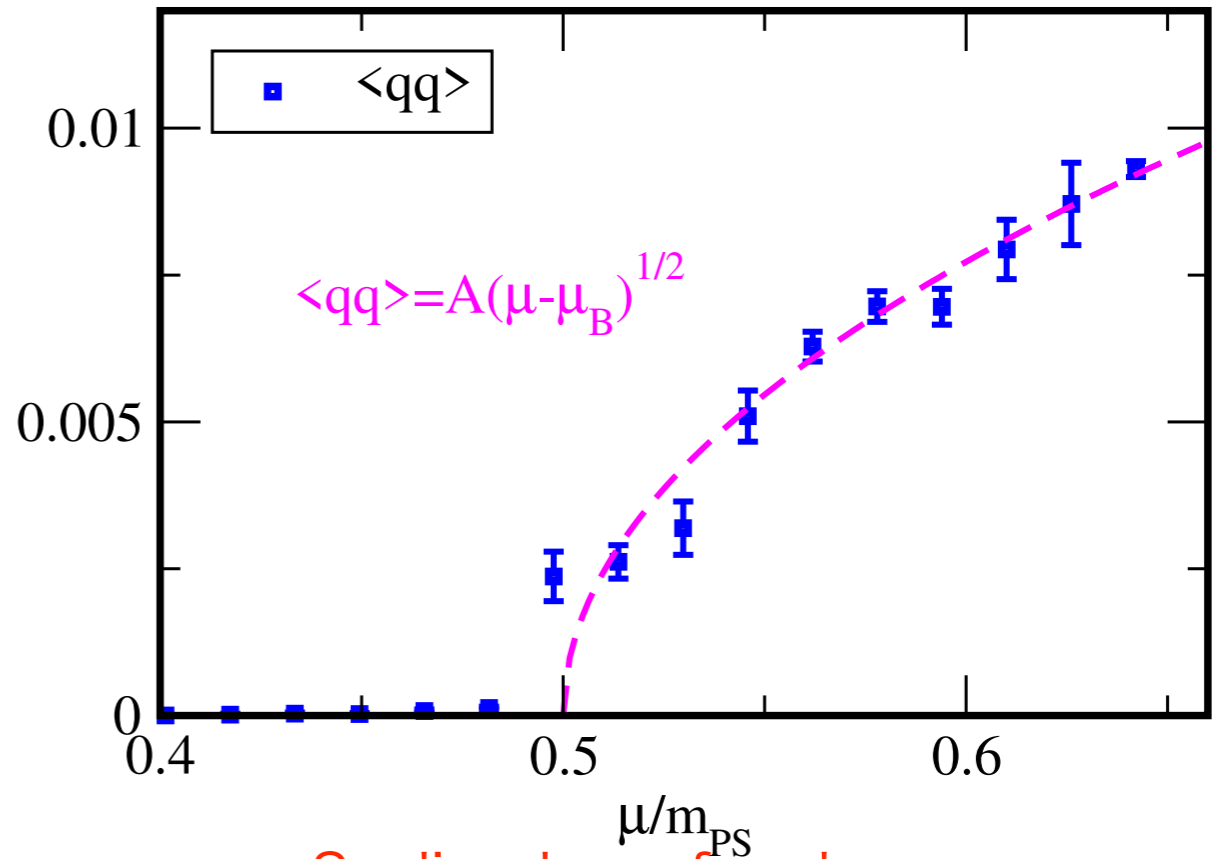


# Phase diagram in $j=0$ limit



$\mu_B/m_{PS} \simeq 0.50$

$\mu/m_{PS} \simeq 1.28$   
 $(\mu_D/m_{PS} \simeq 1.44)$



Scaling law of order param.  
 Is consistent with ChPT.

Ref.) Kogut, Stephanov, Toublan, Verbaarschot, Zhitnitsky  
 NPB 582 (2000) 477

At  $T=0.39T_c$ , we find the BCS with confined phase until  $\mu \lesssim 1152MeV$ .

It is consistent with the study of string tension, yesterday's talk by K.Ishiguro.

Cf.) At  $T \simeq 0.25T_c$ , there was a contradiction when our paper submitted on arXiv:

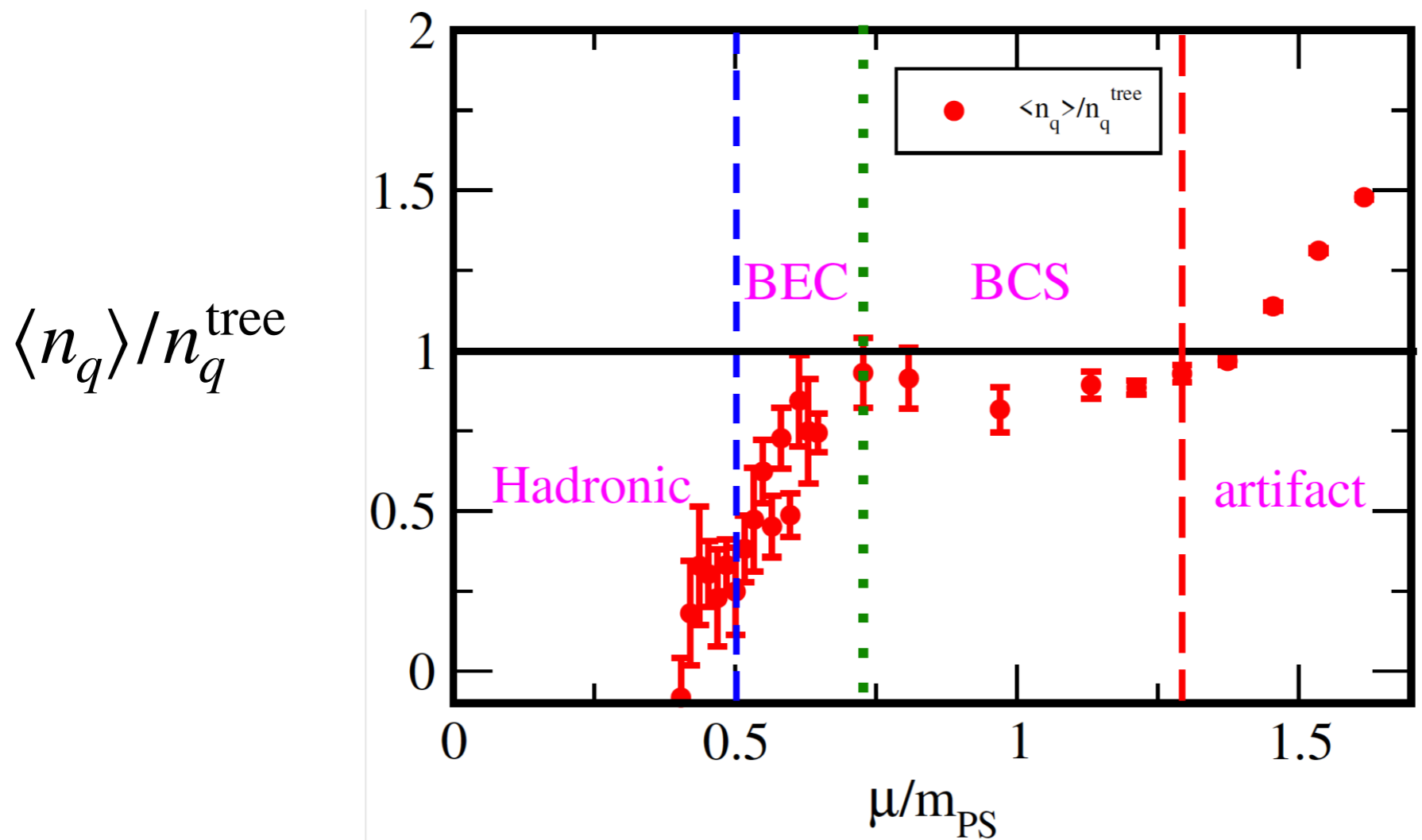
Confined/deconfined transition at  $\mu \approx 800MeV$  by Wilson fermion was artifact (Hands et al, 2011, arXiv:1912.10975)

Cannot find the transition  $\mu \lesssim 1410MeV$  by rooted staggered (Braguta et al, 2016)



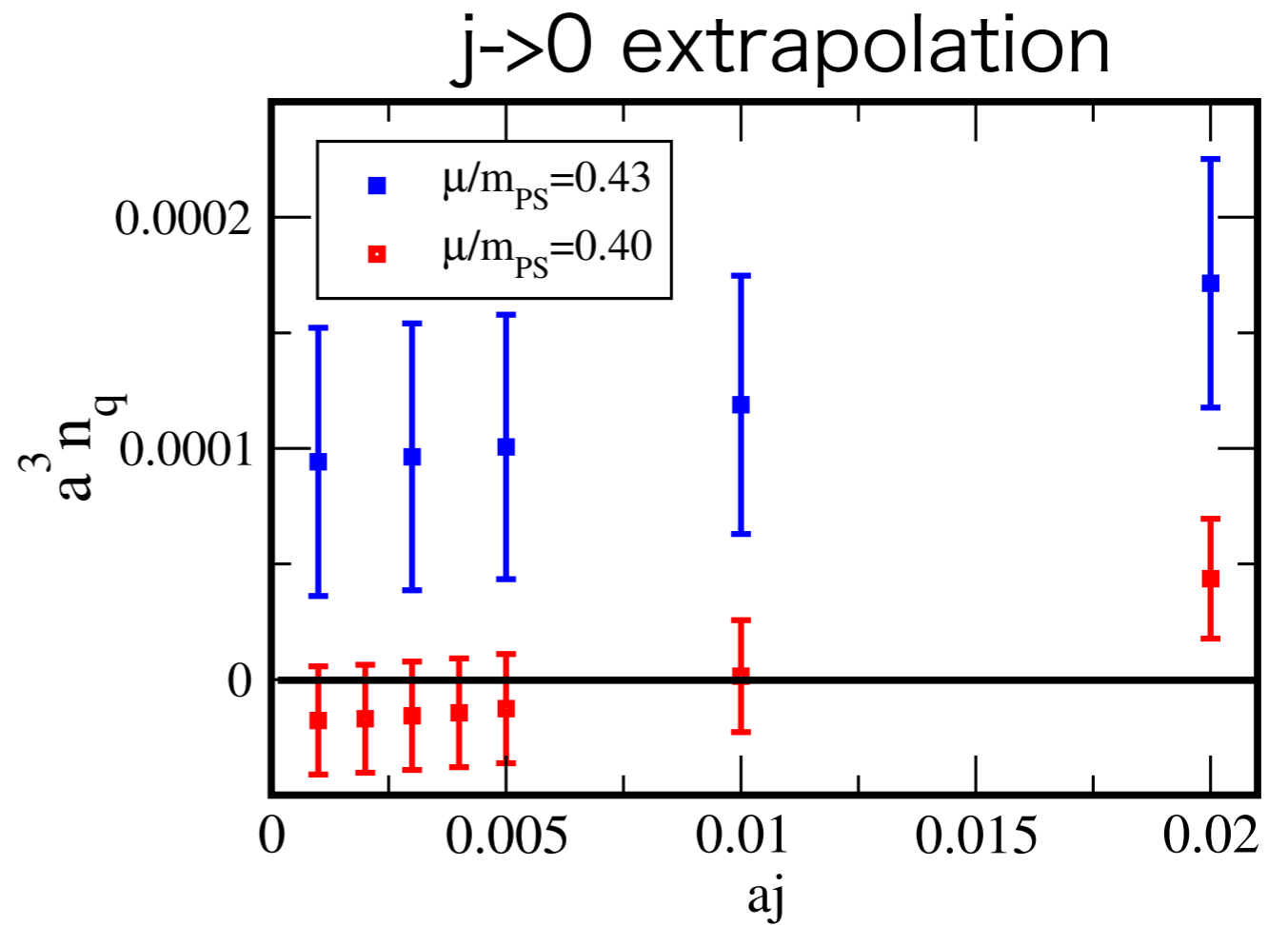
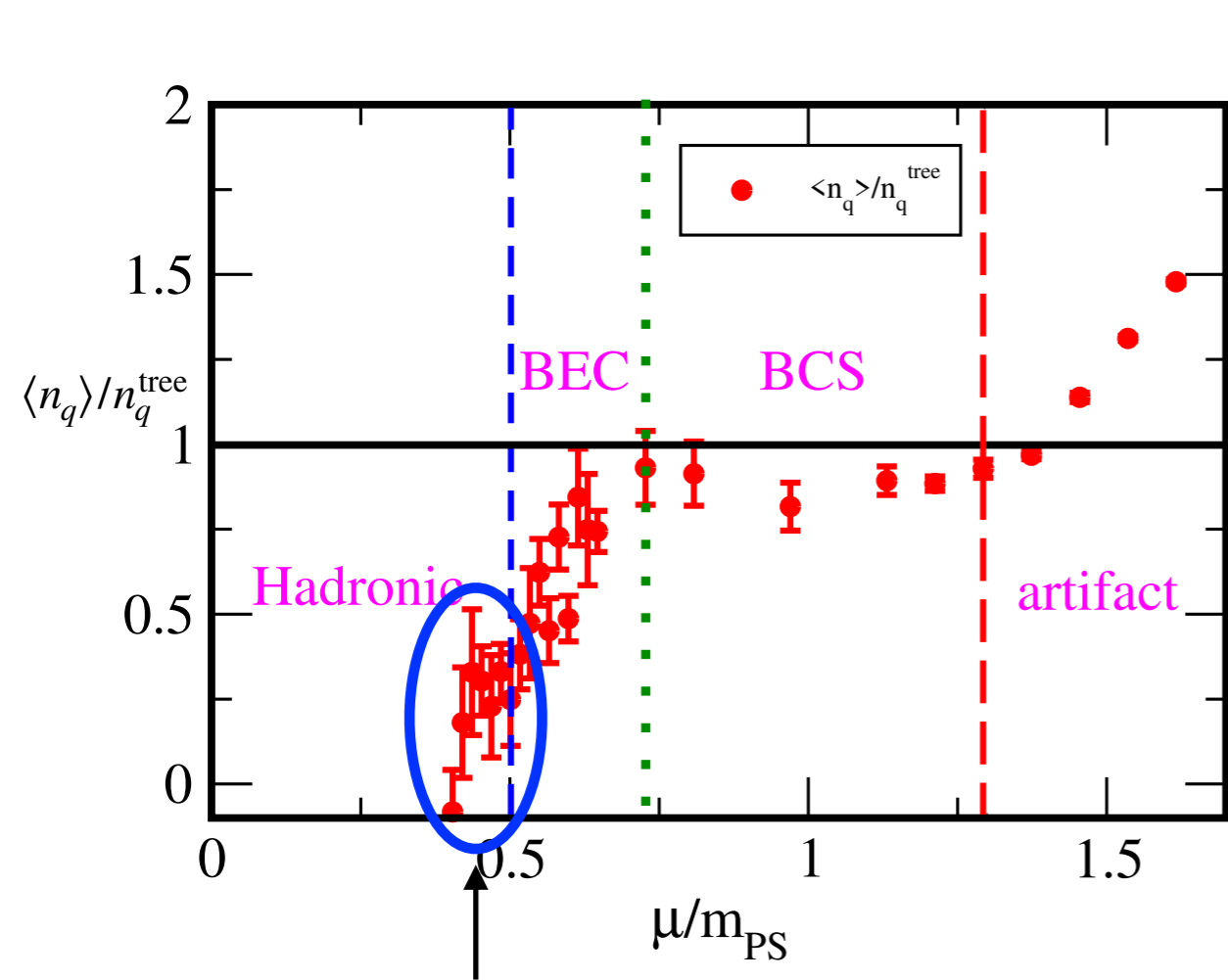
# quark number density

$$n_q = \sum_i \kappa \left\langle \bar{\psi}_i(x) (\gamma_0 - 1) e^\mu U_t(x) \psi_i(x + \hat{t}) \right. \\ \left. + \bar{\psi}_i(x) (\gamma_0 + 1) e^{-\mu} U_t^\dagger(x - \hat{t}) \psi_i(x - \hat{t}) \right\rangle$$



BEC-BCS crossover occurs at  $\mu \approx 0.72 m_{\text{PS}}$

# quark number density



$$\langle n_q \rangle \neq 0, \quad \langle qq \rangle = 0$$

クォークの自由度がノンゼロ

超流動性はなし



Hadronic-matter phase (共存相)

New!

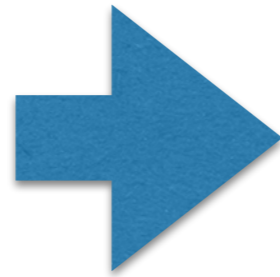
# Hadronic matter phase

カイラル摂動論では  $n_q$  は  $\mu = m_{PS}/2$  からノンゼロになる。

今のシミュレーションは低温だが僅かに温度がある

$$am_{PS} \simeq 0.6229$$

$$T = 1/(aN_\tau) = 1/(16a)$$

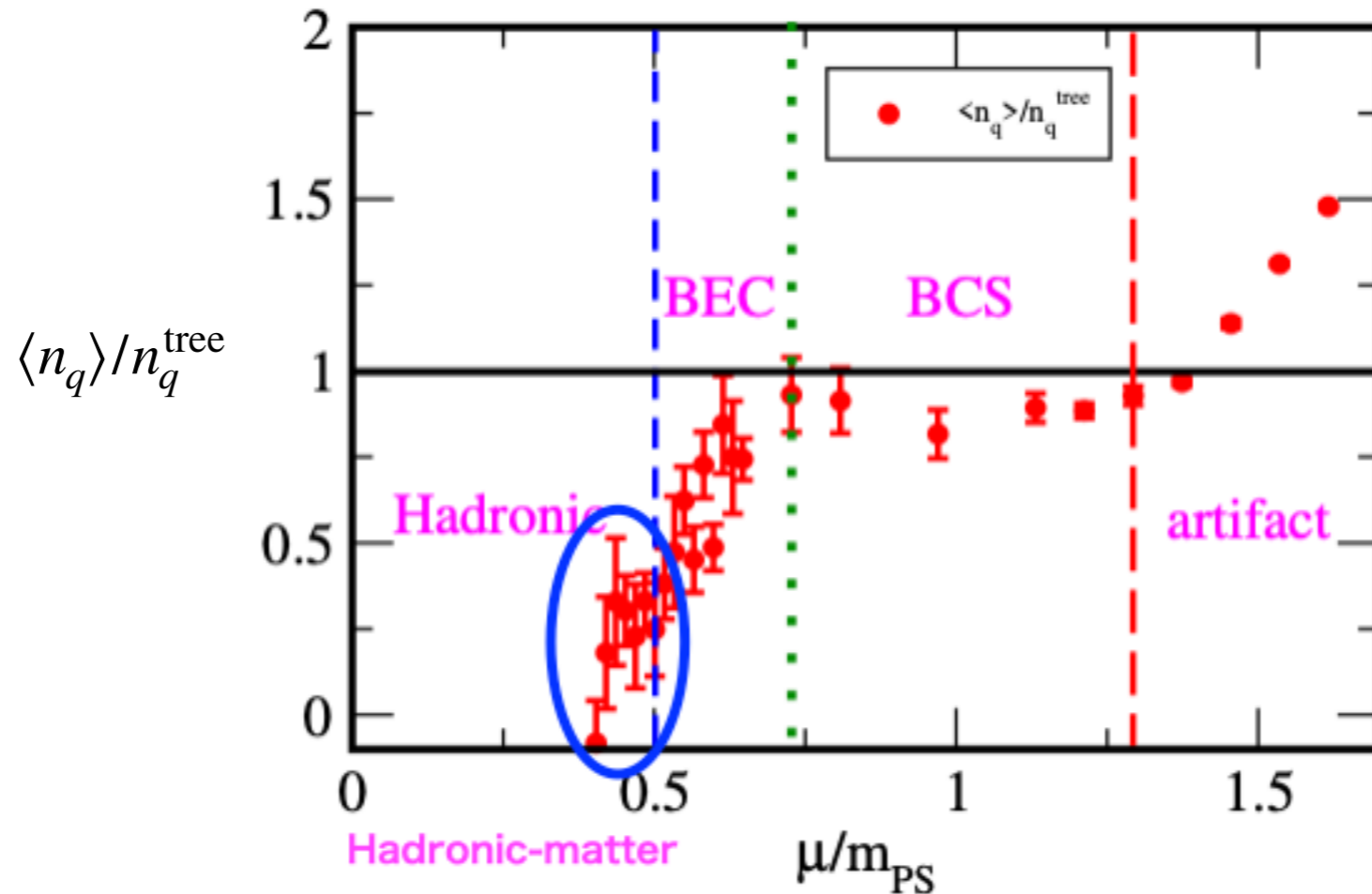


$$T \simeq 0.1m_{PS}$$

カイラル摂動論によるとダイクォークの質量は  $m_{qq} \approx m_{PS} \mp 2\mu$ .

$\mu \sim 0.45m_{PS}$  では  $T \simeq m_{qq}$  となりダイクォークは熱的に励起され部分的にクォーク自由度が溶けてくるためクォーク数密度がノンゼロになったと考えられる

# Summary of phase diagram at $T=0.39T_c$



$\mu \leq 0.45m_{\text{PS}}$  : Hadronic phase

@ $T=0.39T_c$   
(~79MeV)

$0.45m_{\text{PS}} \lesssim \mu \lesssim 0.50m_{\text{PS}}$ : Hadronic-matter phase

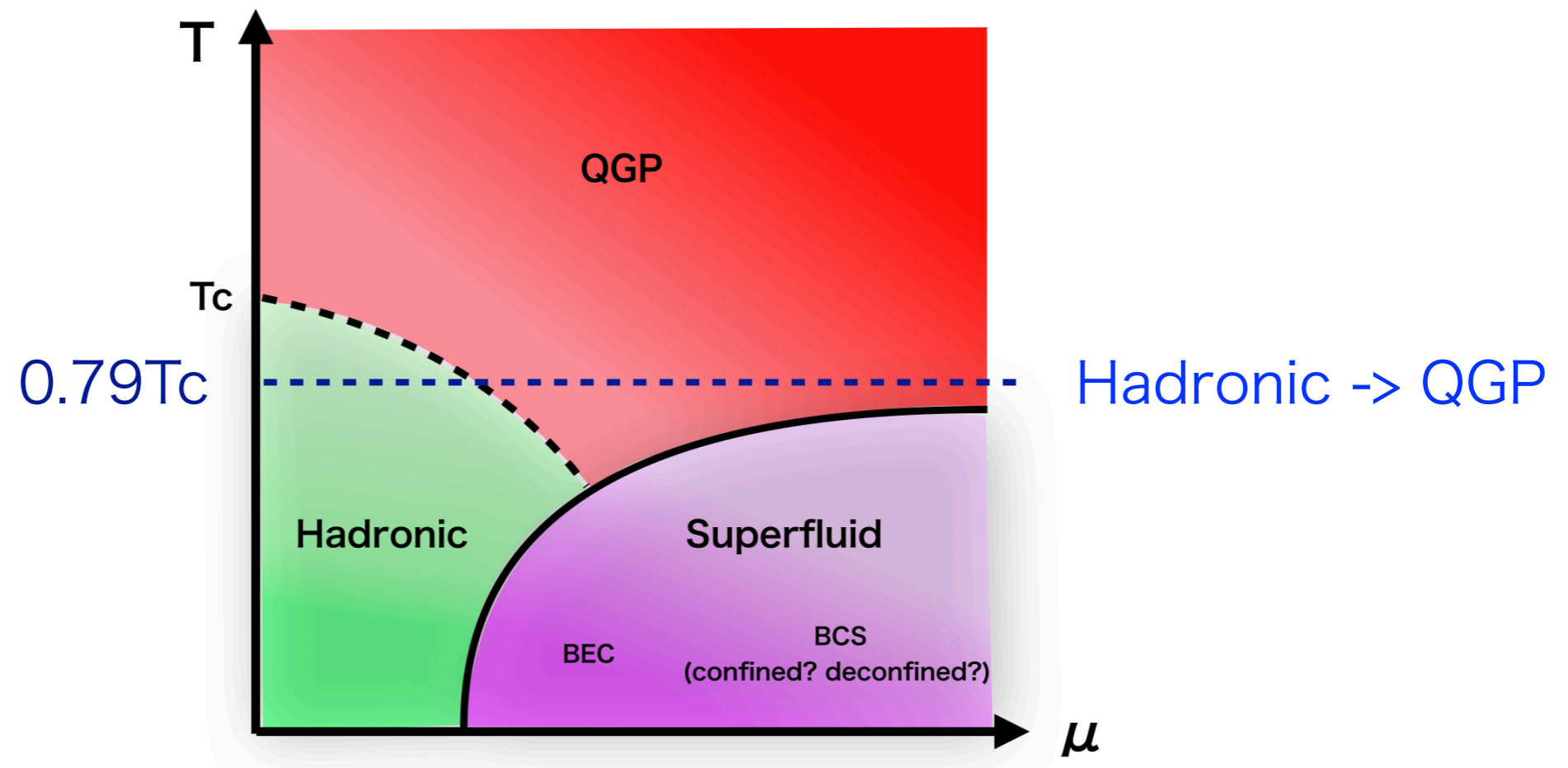
$0.50m_{\text{PS}} \lesssim \mu \lesssim 0.72m_{\text{PS}}$ : BEC phase

$0.72m_{\text{PS}} \lesssim \mu \lesssim 1.28m_{\text{PS}}$ : BCS phase

$1.28m_{\text{PS}} \lesssim \mu$  : lattice artifact is strong

# Results

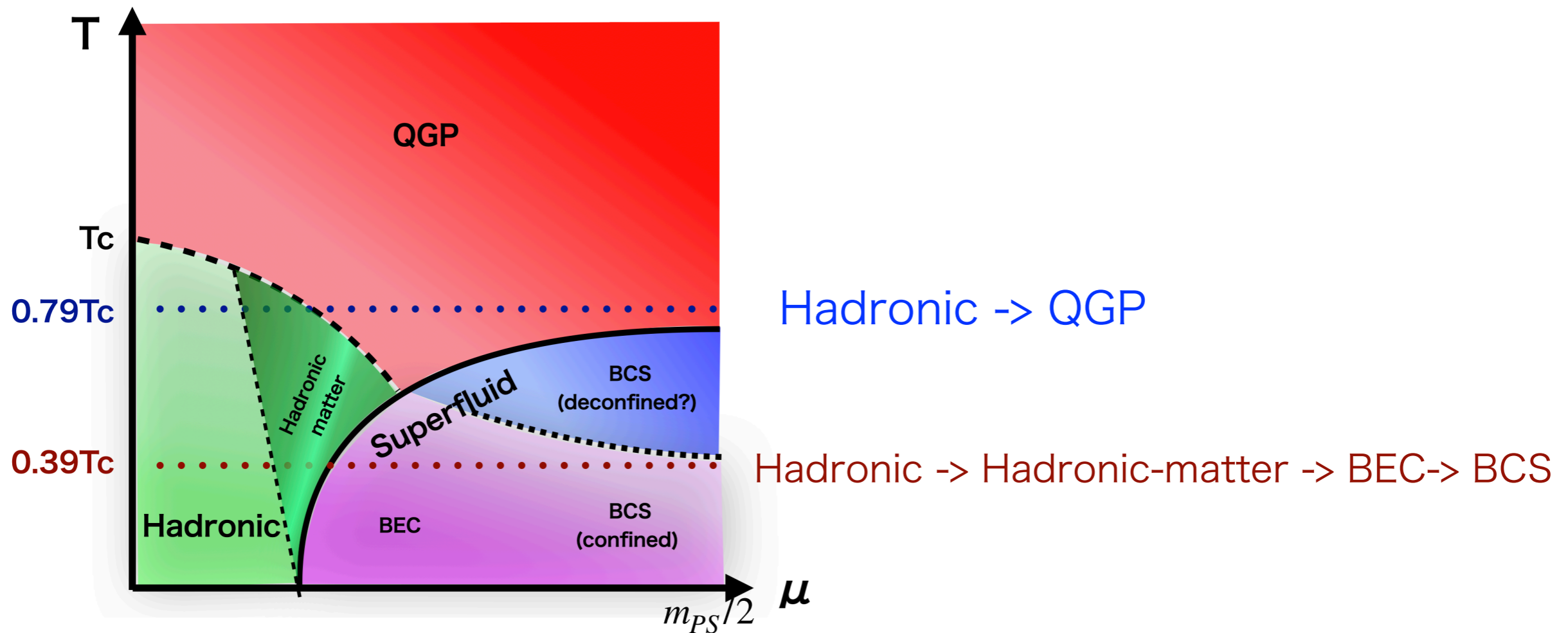
Lattice size:  $32^3 \times 8$  :  $T=0.79T_c$  ( $\sim 158\text{MeV}$ )





# 相図のまとめ

$T=0.79T_c : 158\text{MeV}$ ,  $T=0.39T_c : 79\text{MeV}$



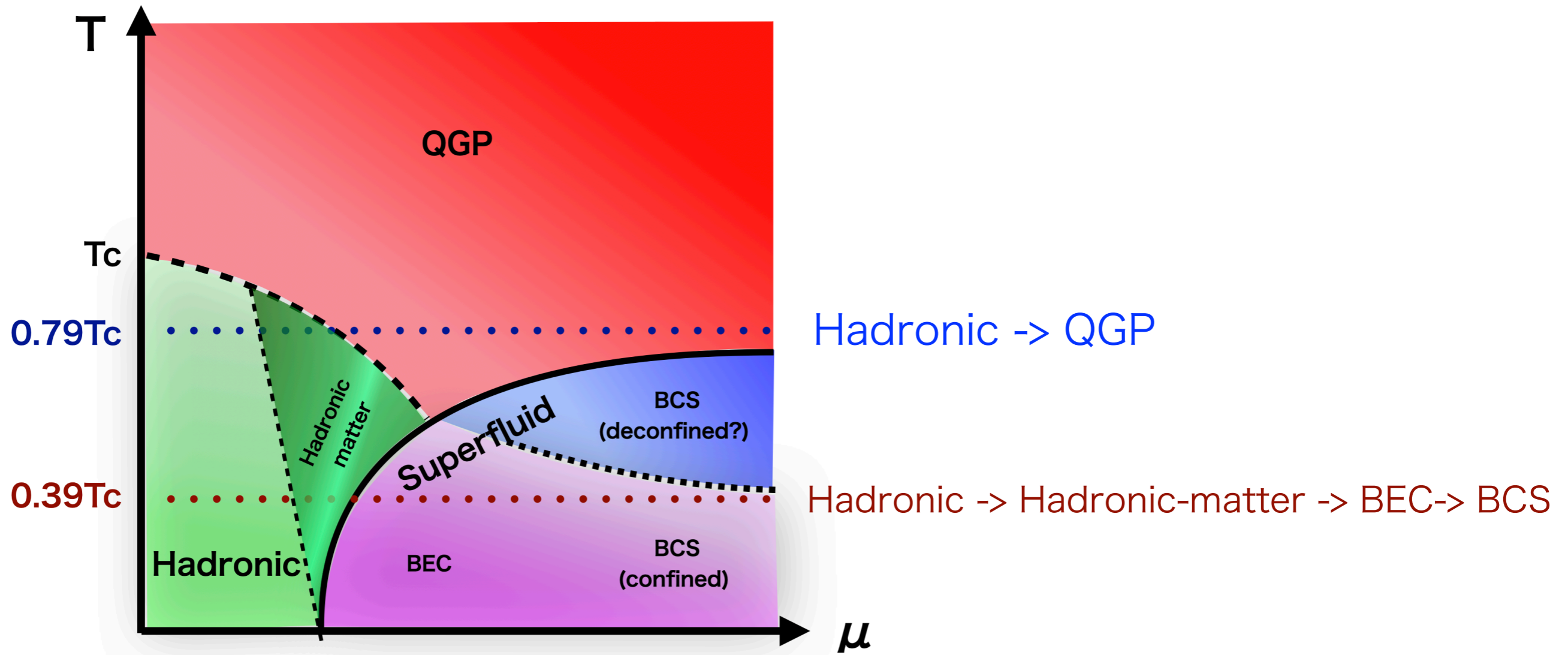
$T_c$ より低温でも密度領域では温度に依存した相構造がある

QGP/SF 相転移は $T_c$ より下にある

$T \sim 80\text{MeV}$ のような低温でも熱的励起でハドロニックマター相が出現



# トポロジカル感受率



# 先行研究

Hands et.al. ([arXiv:1104.0522](https://arxiv.org/abs/1104.0522))

$N_f=4, T=0$  ( $12^3 \times 24$ )

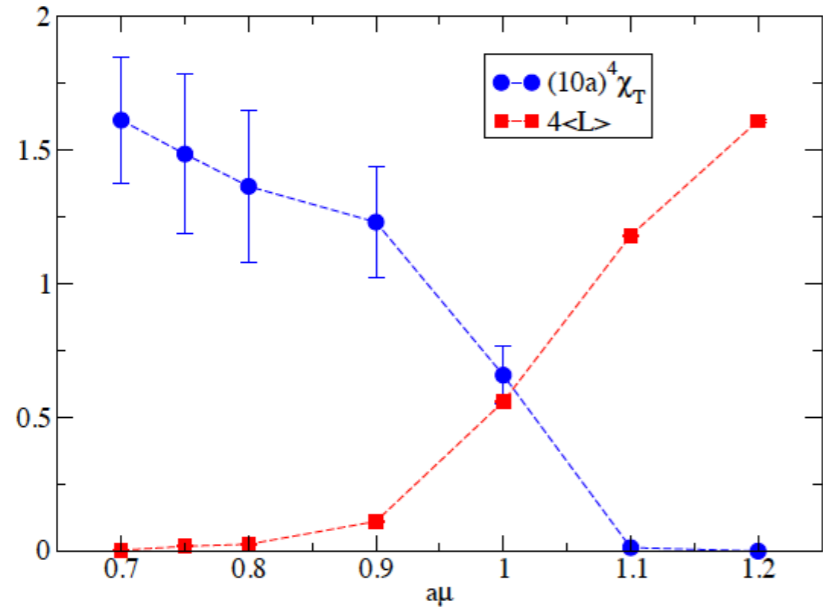
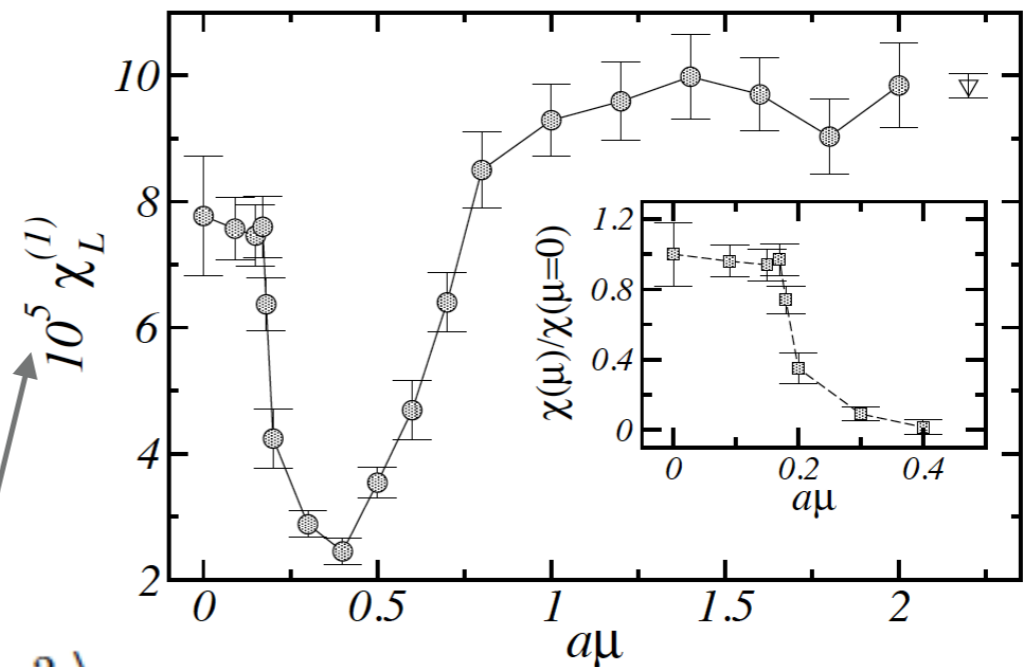


Figure 2: The suppression of  $\chi_T$  coinciding with the rise in  $\langle L \rangle$  for  $N_f = 4$ . Note  $\langle L \rangle$  has been rescaled for clarity.

Alles, D'elia, Lombardo ([arXiv:0602022](https://arxiv.org/abs/0602022))

$N_f=8$  staggered, finite  $T$  ( $14^3 \times 6$ )



$$\chi_L \equiv \frac{\langle (Q_L)^2 \rangle}{V},$$

Polyakov loopが増加  
 || ?  
 トポロジカル感受率が減少

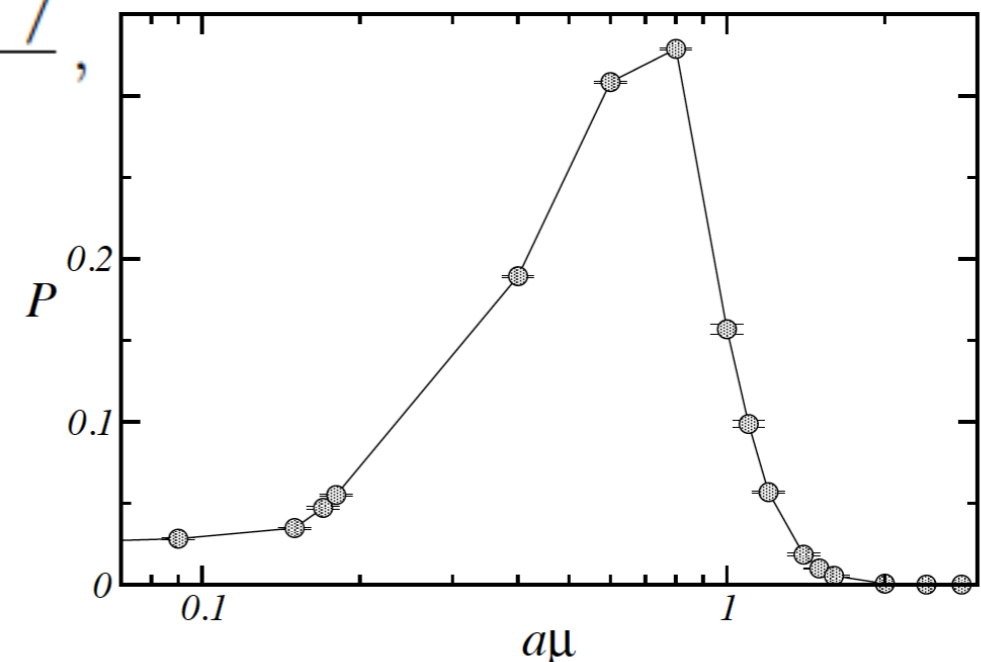
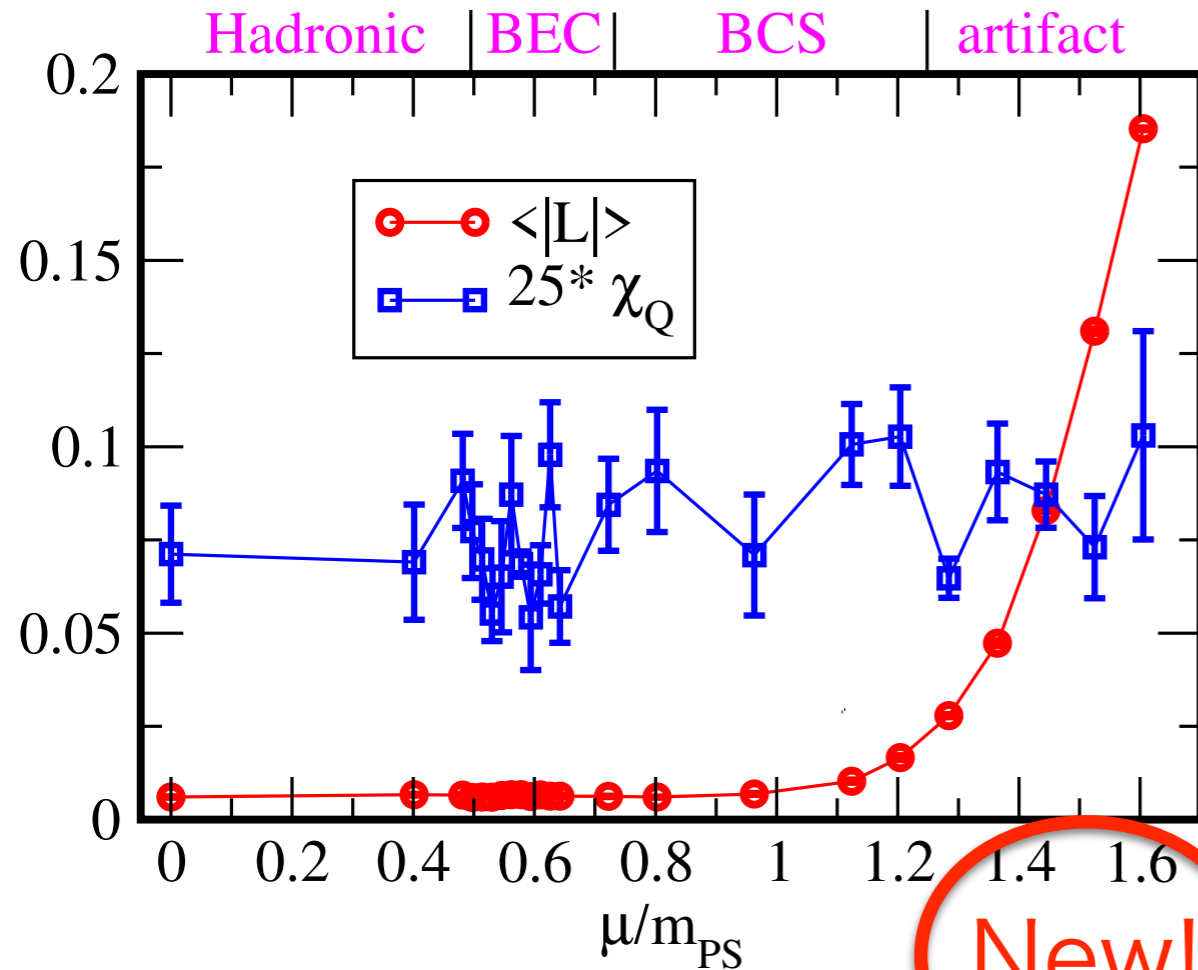


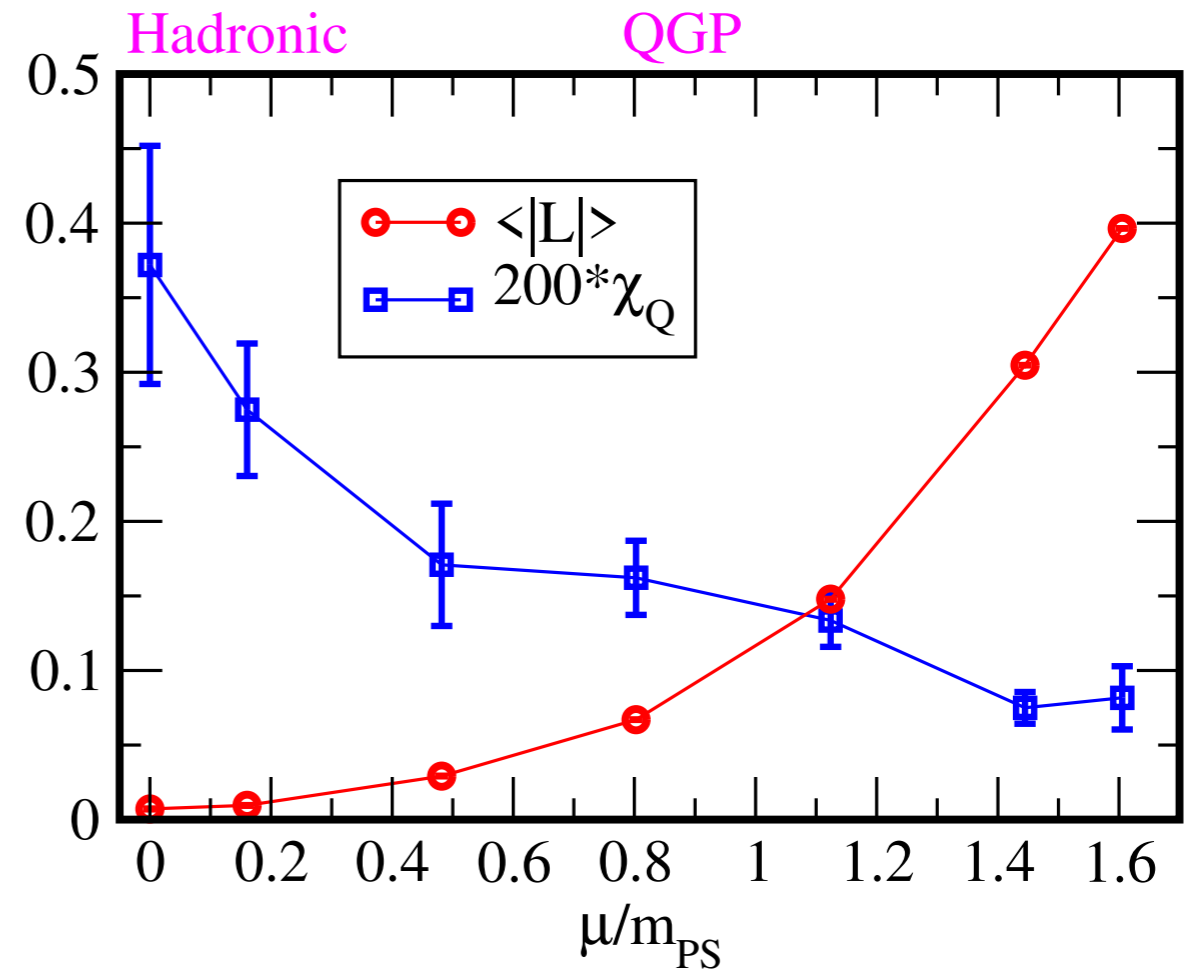
FIG. 2. Polyakov loop  $P$  as a function of  $a\mu$ . The logarithmic scale allows to disentangle the data obtained in the vicinity of the transition point. Points are joined by a line to guide the eye.

# トポロジカル感受率とポリヤコフープ

$T=0.39T_c$



$T=0.79T_c$

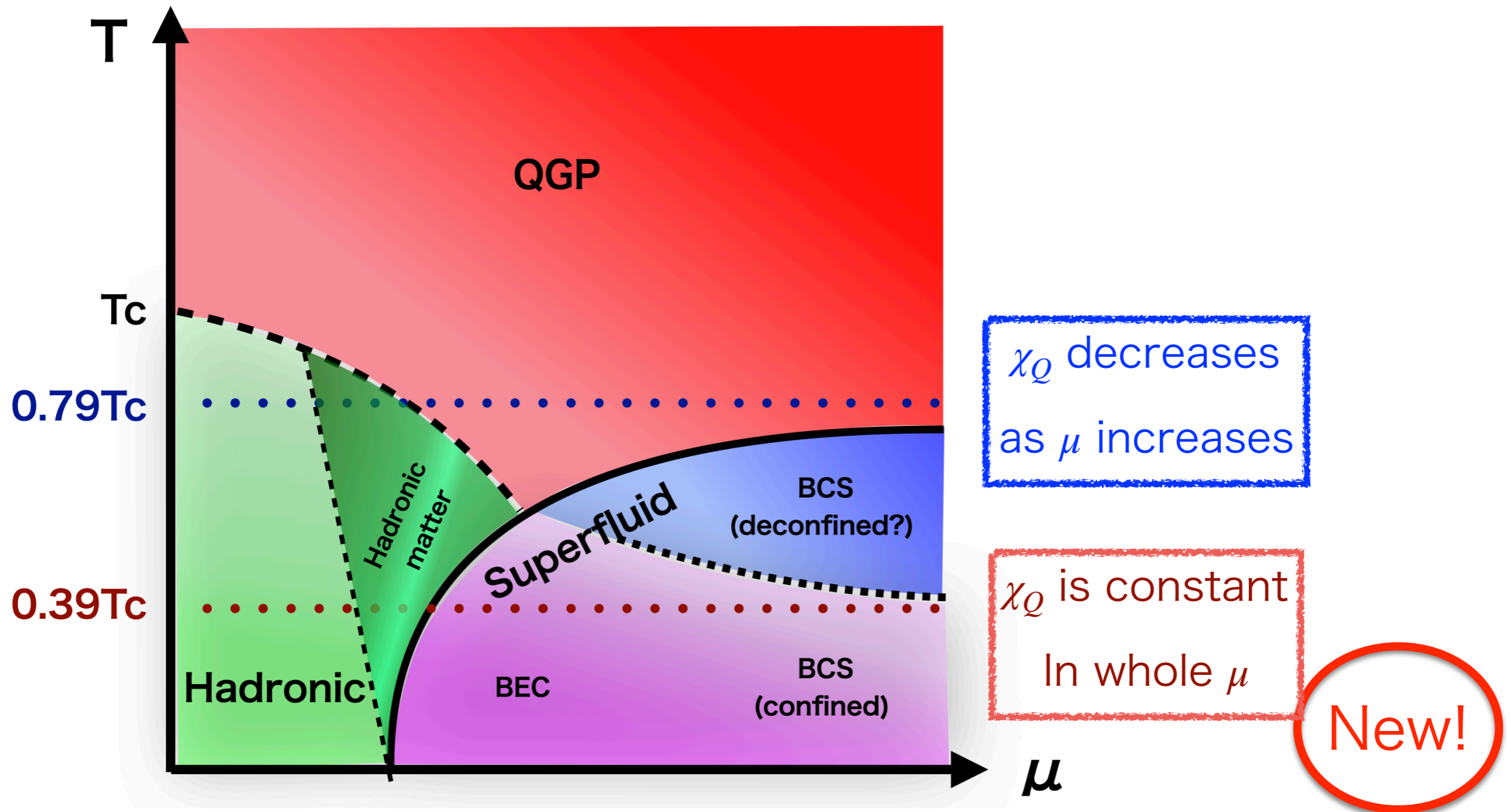


先行研究と同じ振る舞い

Cf.) N. Astrakhantsev et al., arXiv:2007:07640  
See a decreasing behavior of  $\chi_Q$  in superfluid phase with deconfinement property



# Summary of our work



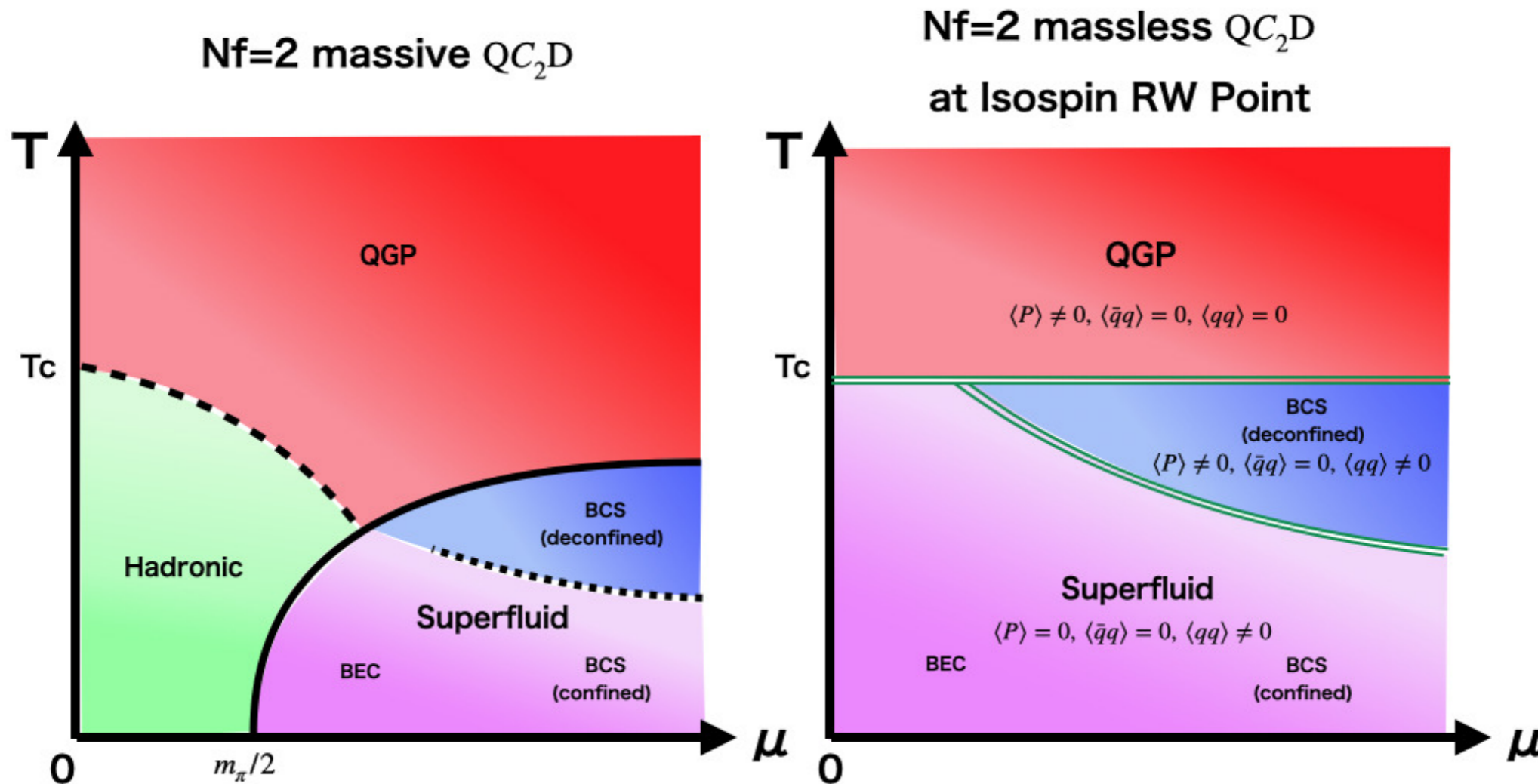
非自明なトポロジカル背景場を持ったBCS相が存在する

# 質量ゼロの場合のanomaly matchingからの予言

T.Furusawa, Y.Tanizaki, *EI: PRResearch* 2(2020)033253

Results by lattice simulations

Results by anomaly matching



(CFT的なgapless 理論が現れないなら)

$$T_{center} \leq T_{SF}$$



# Plan of talk

## 1. 2color QCD?

符号問題、on-set問題

## 2. 相の定義

$N_c=N_f=2$  QCDのフレーバー対称性とその破れ

## 3. シミュレーション結果

$T=0.39T_c, 0.79T_c$  での相構造

トポロジカル感受率

## 4. まとめと展望

# この研究のまとめ

- 2color-QCD phase diagram は第一原理計算で決まりつつある
- 低温高密度領域にもインスタントン配位が存在する  
(解析的な摂動計算と異なる物理を示唆)

有限密度QCDの何を知りたいか？

- 温度密度相図
- インスタントン・カラーフラックスチューブの密度依存性
- ハドロン質量、核力の密度依存性
- 状態方程式
- 輸送係数

# QCD不等式と最も軽いハドロン

Kogut et al, hep-ph/9906346

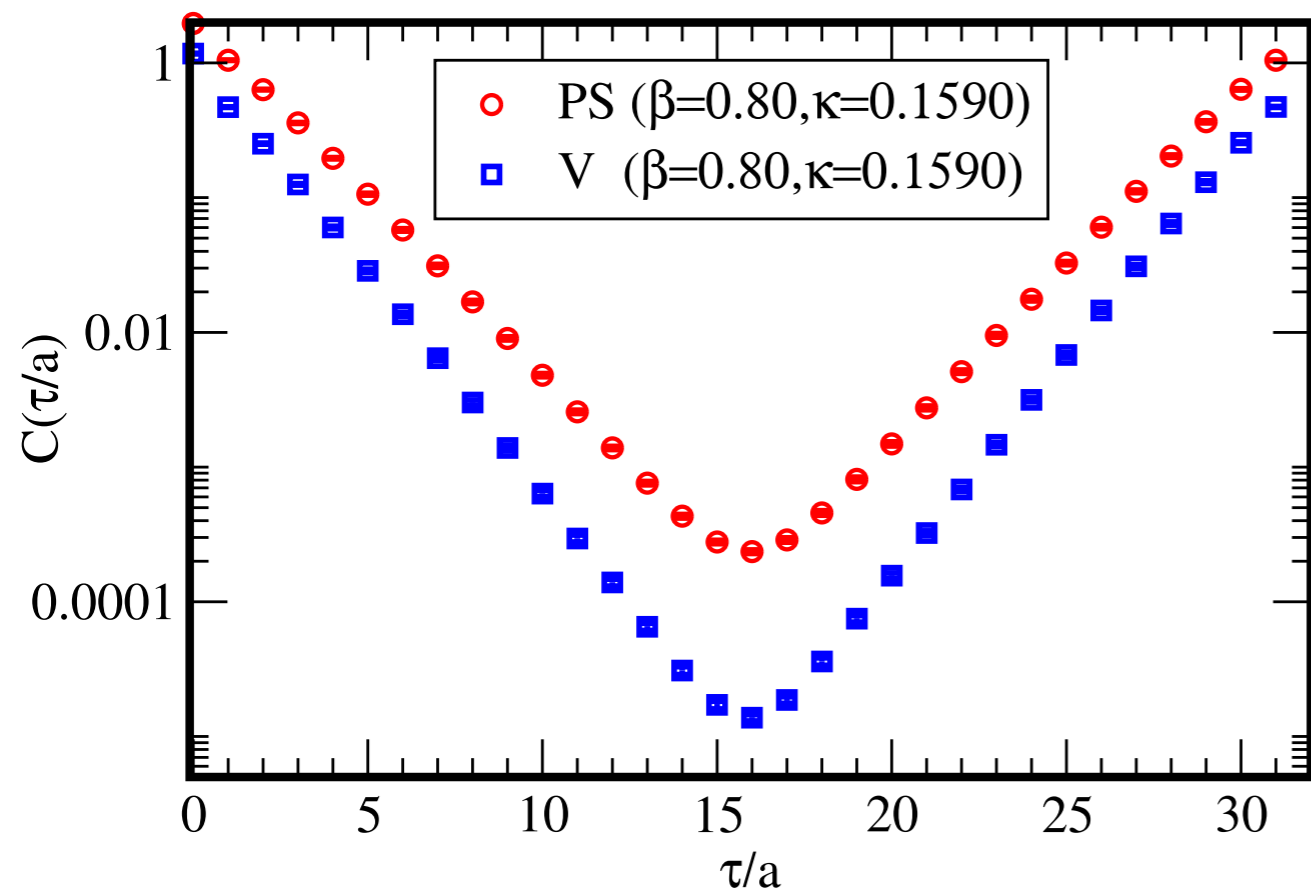
$\mu = 0$ のとき

(1)  $\gamma_5 D \gamma_5 = D^\dagger$

(2) disconnected diagramがない

この時  $\forall \Gamma$  mesons に対して Schwartz 不等式から

$$\text{Tr} S(x,0) \Gamma S(0,x) \Gamma = \text{Tr} S(x,0) \Gamma \gamma_5 S(x,0)^\dagger \gamma_5 \Gamma \leq \text{Tr} S(x,0) S(x,0)^\dagger.$$



つまり  $C_{PS}(\tau) \geq C_M(\tau)$

PSメソンが一番軽い

相関関数は

$C(\tau) = A_1(e^{-m\tau} + e^{-m(N_\tau - \tau)})$  でフィットでき

有効質量  $m$  を得る

# QCD不等式と最も軽いハドロン

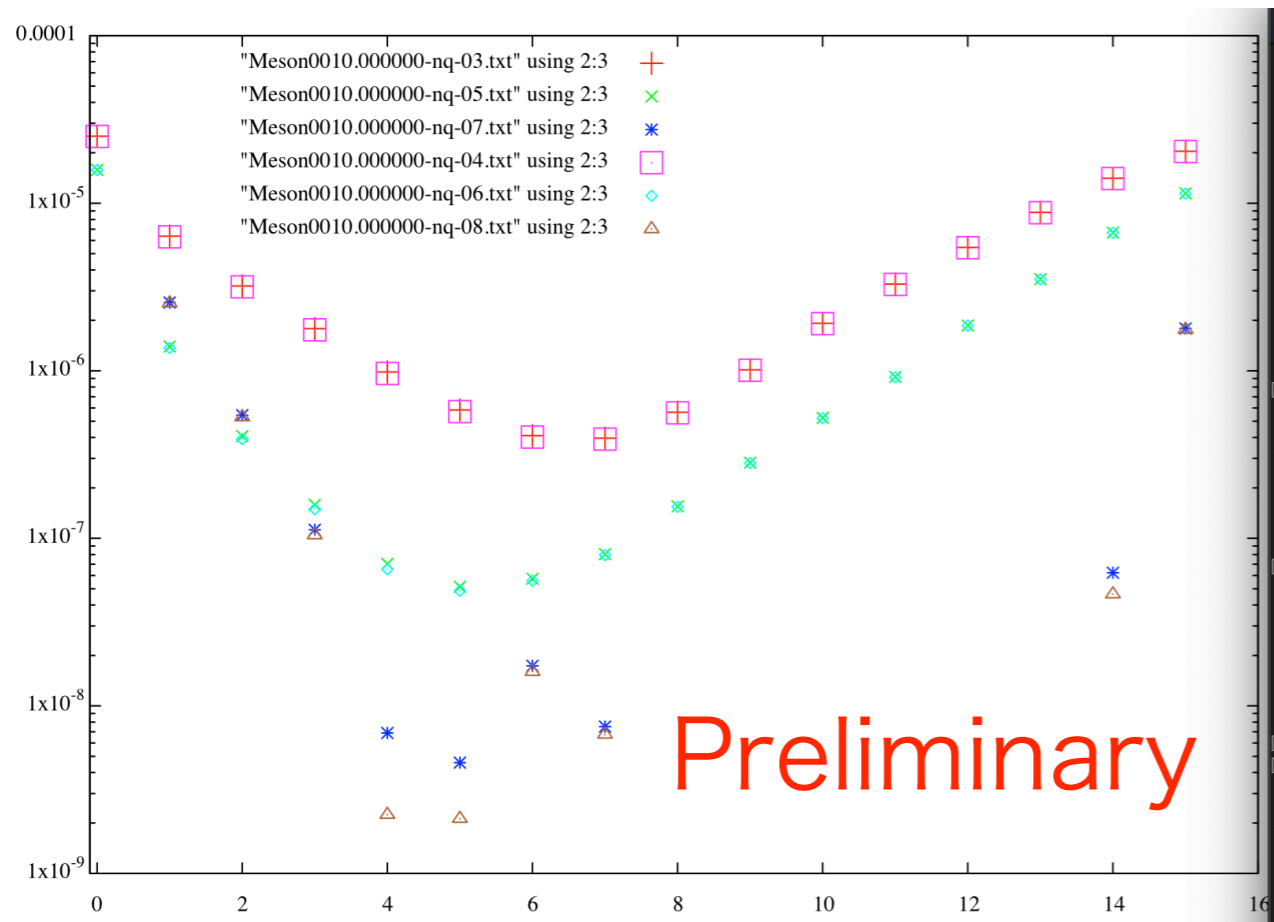
$\mu \neq 0$ の時  $\gamma_5 D(\mu) \gamma_5 = D^\dagger(-\mu) \neq D^\dagger(\mu)$ .

普通の3カラーQCDでは正定値性も不等式もなくなる.

(cf:カラーフレーバーロッキング相では  $m_\pi > m_{\eta'}$ ? Son-Stepanov (1999))

2カラーQCDでは,  $\gamma_5 C \tau_2 D(\mu) \gamma_5 C \tau_2 = D^*(\mu)$ の関係式. ここで  $C = i\gamma_0 \gamma_2$ .

アイソスカラーダイクォーク(バリオン)  $M_{qq} = \psi^T C \tau_2 \gamma_5 \psi$  が最も軽いと言える



$l=1, M_{\bar{q}q} = \bar{\psi} \gamma_5 \psi$  (PS meson)

$l=1, M_{\bar{q}q} = \bar{\psi} \gamma_1 \psi$  (V meson)

(注意): 相関関数は  $\tau$ -対称性を失い

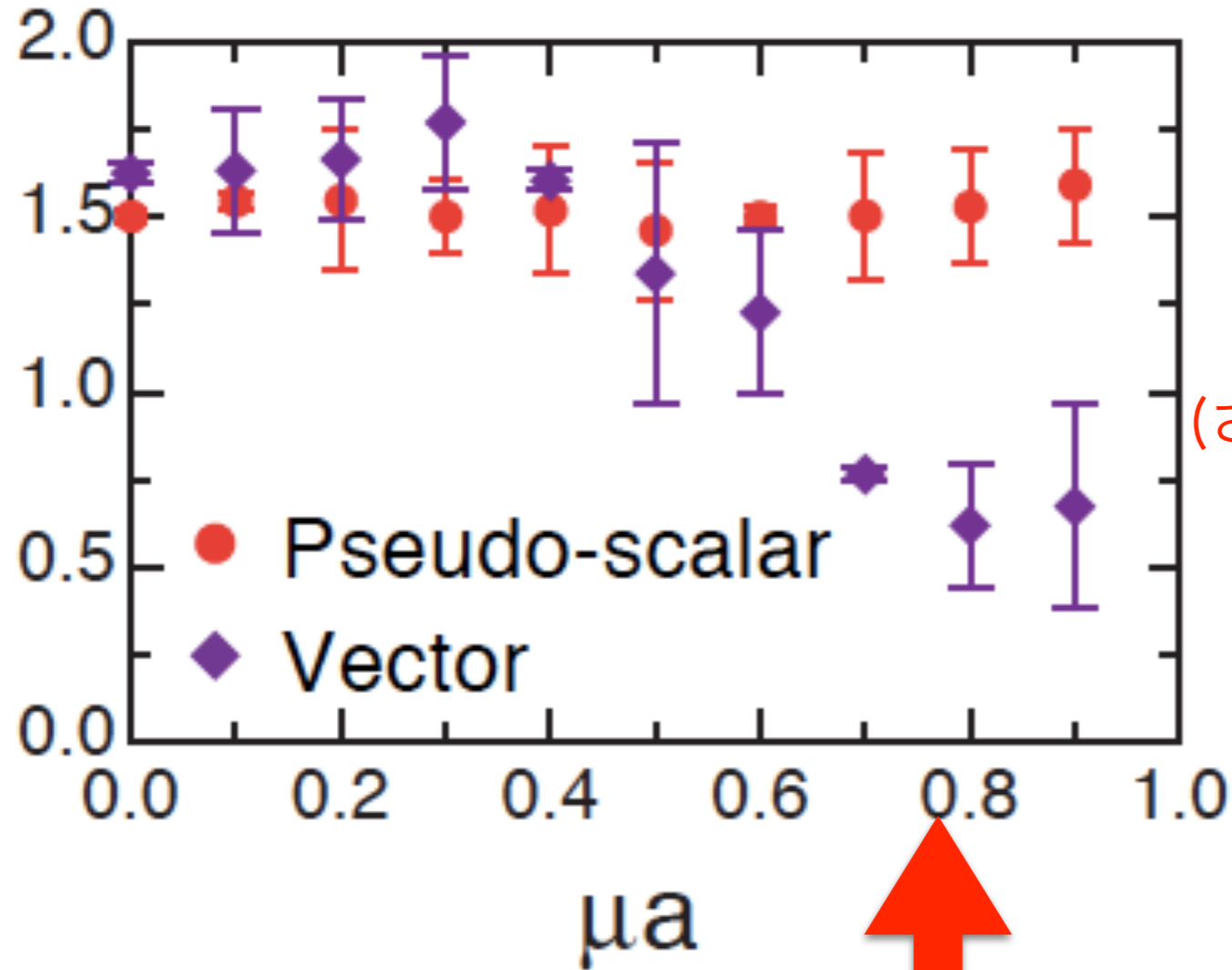
$$C(\tau) = A_1 e^{-(m-2\mu)\tau} + A_2 e^{-(m+2\mu)(N_\tau-\tau)}$$

でフィットする事で有効質量  $m$  を得る

# (先行研究): メソンスペクトル

Muroya et al. Phys.Lett. B551 (2003) 305

Lattice size  $4^3 \times 8$



超流動相では、rho mesonの方が軽い  
(さらには、バリオン=diquarkが一番軽い?)

$$\mu/m_{PS} = 0.5$$

# まとめ

- 2color-QCD の低温高密度領域の第一原理計算が進んでいる
- 超流動相でのハドロンの振舞いはハドロン相と全く異なる
- 中性子星と関連する物理に対して定性的・定量的に未知の現象がある事を示唆