CLASSICAL STATISTICAL SIMULATION OF QUANTUM FIELD THEORY

平山貴之（中部大学）

素粒子現象論研究会2020@大阪市立大学

arxiv : 1912.06148

量子論と等価な確率理論を構成した。

すなわち、この確率理論で期待値を計算すると、量子論の相関関数と同じ値になる。

$$\langle \phi(x_1)\,\phi(x_2)\ldots\phi(x_n)\rangle = \langle \phi(x_1)\,\phi(x_2)\ldots\phi(x_n)\rangle_{QFT}\,.$$

Stochastic quantization との比較は後で行います。

量子論の真空の様子を考える。

ゼロ点エネルギーがあり、粒子が常に(ランダムに)生成消滅を繰り返している。

↓

エーテル？

古典論でsourceを入れて、

$$\left(\Box + m^2 - i\varepsilon\right)\phi(x) = J(x)$$

$J(x)$をランダムノイズ(確率変数)にとることで真空からの生成消滅を現わせないか？

$$\langle \phi(x_1)\,\phi(x_2)\ldots\phi(x_n)\rangle = \langle \phi(x_1)\,\phi(x_2)\ldots\phi(x_n)\rangle_{QFT}$$

このままだと答はNoだが、$J(x)$をcomplex Gaussian noiseにして

$$\left(\Box + m^2 - i\varepsilon\right)\left(\phi(x) + iJ^*(x)\right) = J(x)$$

とするとYes.

相互作用があっても同様に

$$\left(\square + m^2 - i\varepsilon\right)\left(\phi(x) + iJ^*(x)\right) = J(x) - \lambda\phi^3(x)$$

とすると、摂動展開で↓を証明できる。

$$\langle\phi(x_1)\,\phi(x_2)\ldots\phi(x_n)\rangle = \langle\phi(x_1)\,\phi(x_2)\ldots\phi(x_n)\rangle_{QFT}\,.$$

相互作用の形によらず、複素スカラー場、フェルミオン、ゲージ場の場合も証明できる。

$$\left(\Box+m^2-i\varepsilon\right)\left(\phi(x)+iJ^*(x)\right)=J(x) \implies \phi(x)=\left[\frac{i}{\hbar}\int D_F(x-y)\,J(y)\,dy\right]-iJ^*(x)$$

確率変数は、$J(x)$をcomplex Gaussian noise

$$\langle J(x)\rangle=0 \quad , \quad \langle J(x)\,J^*(y)\rangle=\sigma^2\delta^{(4)}(x-y)$$

$\phi(x_1)\phi(x_2)$の期待値を計算するとクロス項が残り、$\sigma^2=\dfrac{\hbar}{2}$とすれば

$$\langle\phi(x_1)\,\phi(x_2)\rangle=D_F(x_1-x_2)$$

n点関数で$\langle\phi(x_1)\,\phi(x_2)\ldots\phi(x_n)\rangle=\langle\phi(x_1)\,\phi(x_2)\ldots\phi(x_n)\rangle_{QFT}$が成り立つ。

数字的には確率微分方程式の形をしている。

先程のフリーの場合の解を０次にとり

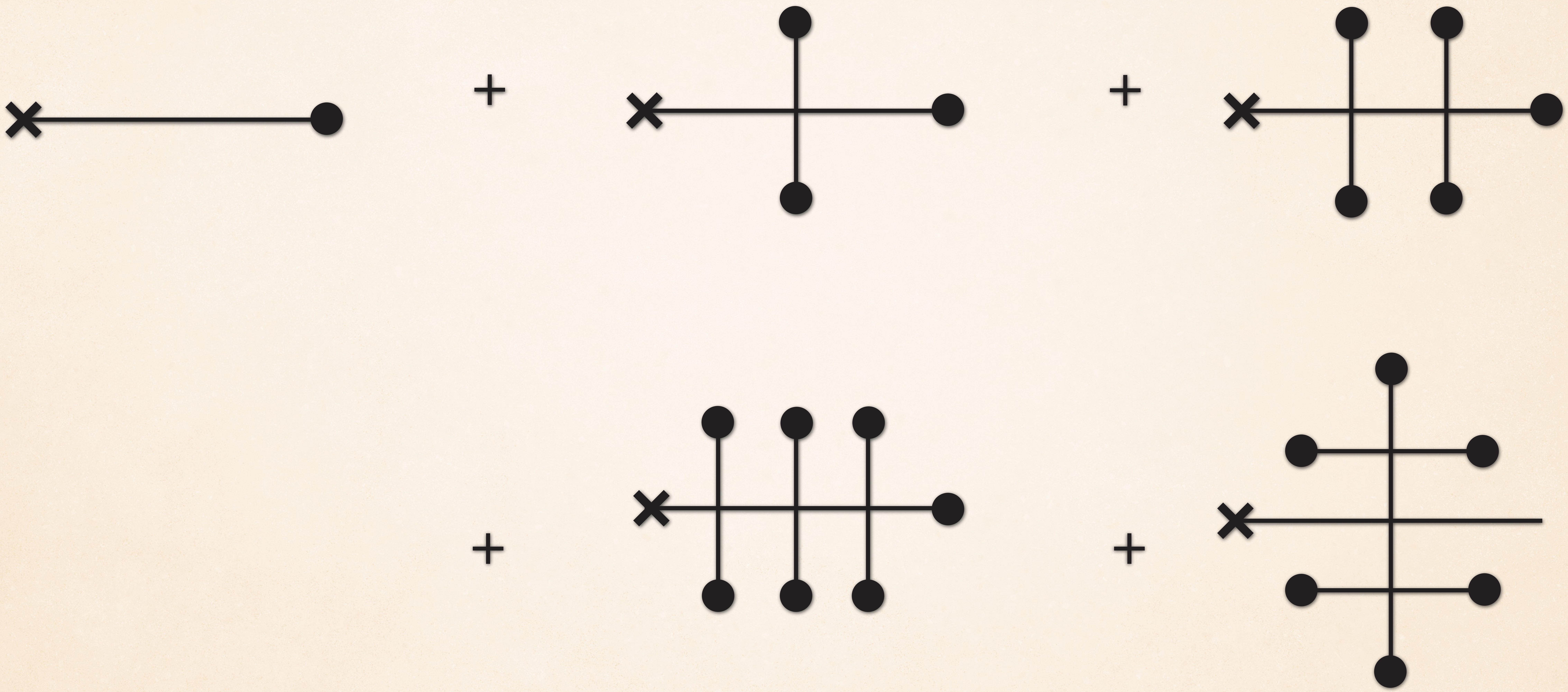
$$\left(\square+m^2-i\varepsilon\right)\left(\phi(x)+iJ^*(x)\right)=J(x)+\mathscr{L}_I' \Rightarrow \phi(x)=\phi_0(x)+\frac{i}{\hbar}\int D_F\left(x-y\right)\mathscr{L}_I'\left(y\right)d^4y$$

$$\phi_0(x)=\left[\frac{i}{\hbar}\int D_F\left(x-y\right)J\left(y\right)dy\right]-iJ^*(x)$$

これを摂動展開し、$\phi(x)=\phi_0(x)+\phi_1(x)+\cdots$

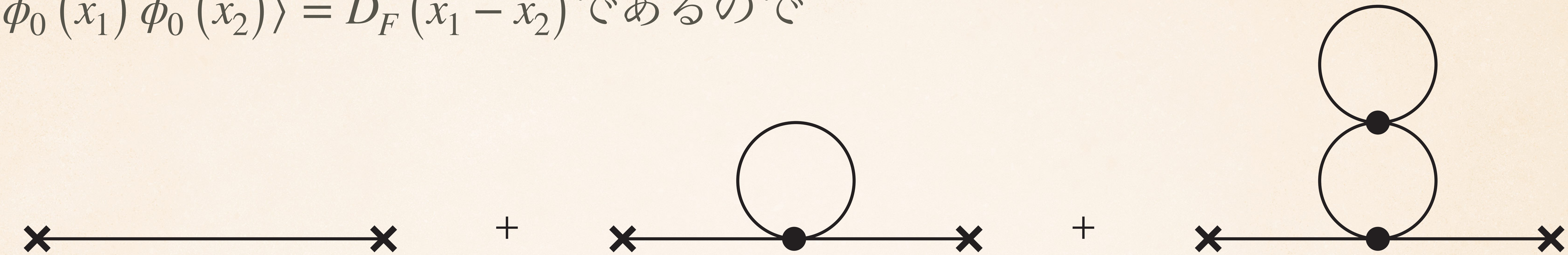
n次解をグラフ的に表現すると

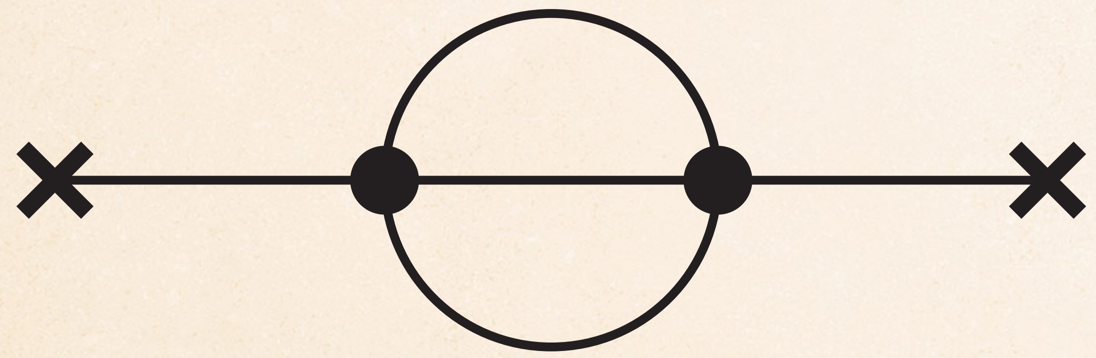
$$\phi(x) = \phi_0(x) + \phi_1(x) + \cdots$$



$\langle \phi(x_1)\,\phi(x_2)\rangle = \langle \phi_0(x_i)\,\phi(x_2)\rangle + \langle \phi_1(x_1)\,\phi_0(x_2)\rangle + \ldots$ は

$\langle \phi_0(x_1)\,\phi_0(x_2)\rangle = D_F(x_1 - x_2)$ であるので





$+ \quad \cdots\cdots$

統計係数も同じ。

$$\boxed{\langle \phi(x_1)\,\phi(x_2)\ldots\phi(x_n)\rangle = \langle \phi(x_1)\,\phi(x_2)\ldots\phi(x_n)\rangle_{QFT}\,.}$$

- Stochastic quantization (確率過程量子化)

- ミンコフスキー空間ではComplex Langevin equation, τ は架空の時間.

- $$\frac{\partial}{\partial \tau}\phi(x,\tau) = i\hbar\left[\left(\Box + m^2 - i\varepsilon\right)\phi(x,\tau) + \lambda\phi^3(x,\tau)\right] + J(x,\tau)$$

- $J(x,\tau)$は complex Gaussian noise. 十分ノイズの中を浸ると量子的振る舞いになり、

  $\mathrm{limit}_{\tau\to\infty}\langle\phi\left(x_1,\tau\right)\phi\left(x_2,\tau\right)\ldots\phi\left(x_n,\tau\right)\rangle = \langle\phi\left(x_1\right)\phi\left(x_2\right)\ldots\phi\left(x_n\right)\rangle_{QFT}$

- 量子論を計算する新しい方法。
- 複素スカラー、フェルミオン、ゲージ場もOK。
- サイン問題がない。架空時間がない。
- が、摂動論に頼っているので、非摂動効果？真空がたくさんあると？
- 量子的世界に対して新しい知見？
- 量子重力？

ご静聴ありがとうございました。

もう少し詳しく知りたいな、と思ったらセミナーに呼んでください。