

ゲージ・ヒッグス大統一理論と有効模型

九州大学 大学院 理学研究院 物理学部門
山津 直樹

素粒子現象論研究会 2021

© 大阪市立大学+オンライン

2021年11月6日-8日

関連研究の共同研究者：

船津周一郎, 古井敦志, 幡中久樹,
細谷裕, 折笠雄太

今回の講演の目的

高次元時空でのゲージボソンとヒッグスボソンの統一理論であるゲージ・ヒッグス統一理論と標準理論のゲージ対称性の統一理論である大統一理論を融合させたゲージ・ヒッグス大統一理論とその有効模型の概略を示し、その模型の加速器実験での検証可能性について議論する。

- $SO(11)$ ゲージ・ヒッグス大統一理論 (GHGUT)
- $SU(3) \times SO(5) \times U(1)$ ゲージ・ヒッグス統一模型 (GHU)
- 加速器実験での現象論

内容

1. 導入
2. $SO(11)$ ゲージ・ヒッグス大統一理論
3. $SU(3) \times SO(5) \times U(1)$ ゲージ・ヒッグス統一模型
4. 加速器実験での現象論
5. まとめ

素粒子標準理論の未解決問題

- 素粒子のカイラルな世代の起源とその階層的構造
- 電荷の量子化と量子異常の相殺
- 物質場クォークとレプトンの表現の煩雑さ
- ゲージ階層性問題

⋮

対称性とその破れに基づく統一理論への試み

- クォークやレプトンの世代の統一：世代対称性
- クォークとレプトンの統一：大統一ゲージ対称性
- 標準理論のゲージ対称性の統一：大統一ゲージ対称性
- フェルミオンとボソンの統一：超対称性
- ゲージとスカラーの統一：高次元時空対称性

⋮

対称性とその破れに基づく統一理論への試み

- クォークやレプトンの世代の統一：世代対称性
- クォークとレプトンの統一：大統一ゲージ対称性
- 標準理論のゲージ対称性の統一：大統一ゲージ対称性
- フェルミオンとボソンの統一：超対称性
- ゲージとスカラーの統一：高次元時空対称性

⋮

大統一理論を考える動機 [1, 2, R.Slansky'81;N.Y.'15;...]

大統一理論にはいくつかの興味深い特徴がある。例えば、

- 標準理論のゲージボソンの統一
- 標準理論のワイルフェルミオンの統一
- 四次元の標準理論の量子異常の相殺
- クォークとレプトンの電荷の量子化

...

大統一理論を考える動機 [1, 2, R.Slansky'81;N.Y.'15;...]

大統一理論にはいくつかの興味深い特徴がある。例えば、

- 標準理論のゲージボソンの統一
- 標準理論のワイルフェルミオンの統一
- 四次元の標準理論の量子異常の相殺
- クォークとレプトンの電荷の量子化

...

標準理論の場と表現：標準理論

場	表記	$(SU(3)_C, SU(2)_L, U(1)_Y)$	$SL(2, \mathbb{C})$
クォーク二重項	Q_j	$(\mathbf{3}, \mathbf{2}, +1/6)$	$(1/2, 0)$
アップタイプ	u_j^c	$(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, -2/3)$	$(1/2, 0)$
ダウンタイプ	d_j^c	$(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, +1/3)$	$(1/2, 0)$
レプトン二重項	L_j	$(\mathbf{1}, \mathbf{2}, -1/2)$	$(1/2, 0)$
荷電レプトン	e_j^c	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, +1)$	$(1/2, 0)$
ヒッグス	ϕ	$(\mathbf{1}, \mathbf{2}, +1/2)$	$(0, 0)$
グルーオン	G_A	$(\mathbf{8}, \mathbf{1}, \pm 0)$	$(1/2, 1/2)$
ウィーク	W_I	$(\mathbf{1}, \mathbf{3}, \pm 0)$	$(1/2, 1/2)$
ハイパー	B	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, \pm 0)$	$(1/2, 1/2)$

標準理論の場と表現：大統一

場	表記	$(SU(3)_C, SU(2)_L, U(1)_Y)$	$SL(2, \mathbb{C})$
クォーク二重項	Q_j	$(\mathbf{3}, \mathbf{2}, +1/6)$	$(1/2, 0)$
アップタイプ	u_j^c	$(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, -2/3)$	$(1/2, 0)$
ダウンタイプ	d_j^c	$(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, +1/3)$	$(1/2, 0)$
レプトン二重項	L_j	$(\mathbf{1}, \mathbf{2}, -1/2)$	$(1/2, 0)$
荷電レプトン	e_j^c	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, +1)$	$(1/2, 0)$
ヒッグス	ϕ	$(\mathbf{1}, \mathbf{2}, +1/2)$	$(0, 0)$
グルーオン	G_A	$(\mathbf{8}, \mathbf{1}, \pm 0)$	$(1/2, 1/2)$
ウィーク	W_I	$(\mathbf{1}, \mathbf{3}, \pm 0)$	$(1/2, 1/2)$
ハイパー	B	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, \pm 0)$	$(1/2, 1/2)$

四次元または高次元時空上での大統一理論の試み

四次元大統一理論

$SU(5)$ [3, H.Georgi,S.L.Glashow'74;...] $SU(6)$ [4, K.Inoue,A.Kakuto,Y.Nakano'77;...]
 $SO(10)$ [5, H.Fritzsch,P.Minkowski'75;...] E_6 [6, F.Gursey,P.Ramond,P.Sikivie'76;...]...
(四次元ゲージ理論の量子異常 : [7, 8, J.Banks,H.Georgi'76;S.Okubo'77;...])

五次元または六次元大統一理論

$SU(5)$ [9–14, Y.Kawamura'00;L.Hall,Y.Nomura'01;K.Kojima,K.Takenaga,T.Yamashita'11;...]
 $SU(6)$ [15–18, G.Burdman,Y.Nomura'03;C.S.Lim,N.Maru'07;N.Maru,Y.Yatagai'19;...]
 $SO(10)$ [19, 20, H.D.Kim,S.Raby'03;T.Fukuyama,N.Okada'08;...]
 E_6 [21–23, N.Haba,Y.Shimizu'03;Y.Kawamura,T.Miura'13;K.Kojima et al.'17;...]
 $SO(11)$ [24–30, Y.Hosotani,N.Y.'15'17'18;A.Furui et al.'16;C.Englert et al.'19'20;...]
 $SO(12)$ [31, 32, T.Nomura,J.Sato'09;C.W.Chiang,T.Nomura,J.Sato'12;...]...

$SU(16)$ [33–35, J.C.Pati et al'81;N.Y.'17;...], $SU(19)$ [36–38, R.M.Fonseca'15;N.Y.'18;...],...

ゲージ・ヒッグス統一理論 (GHU)

[39–44, Y.Hosotani'83;A.T.Davies,A.McLachlan'88;H.Hatanaka,T.Inami,C.S.Lim'98;...]

- **ゲージ・ヒッグス**

ヒッグスボソンはゲージボソンの余剰次元成分のゼロモードであり、アハロノム-ボーム (AB) 位相の振動モードとして現れる。

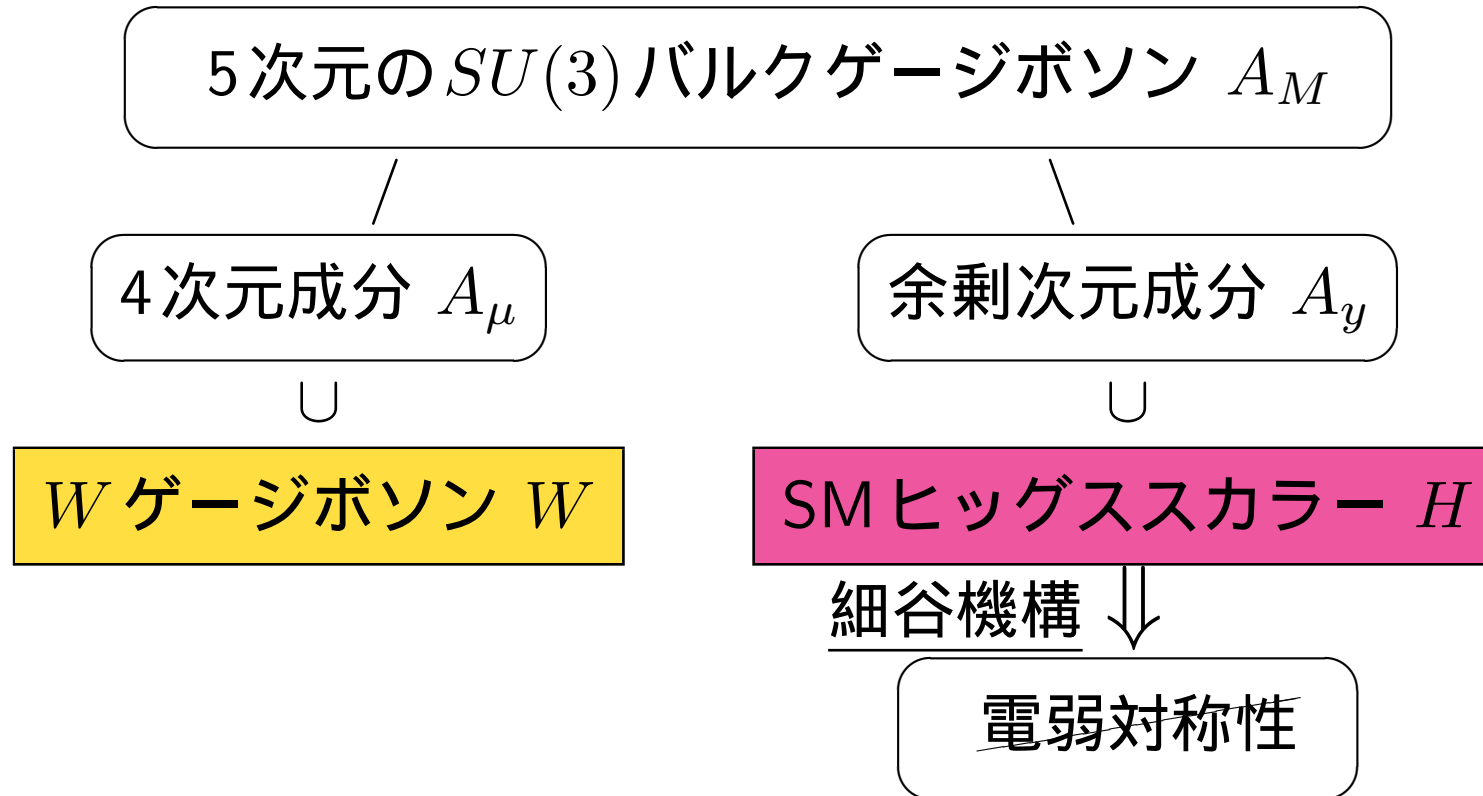
- **細谷機構**

対称性の破れは量子効果により生じるヒッグスの有効ポテンシャルが非自明な AB 位相 θ_H で真空を取ることにより実現される。

- **オービフォールド時空**

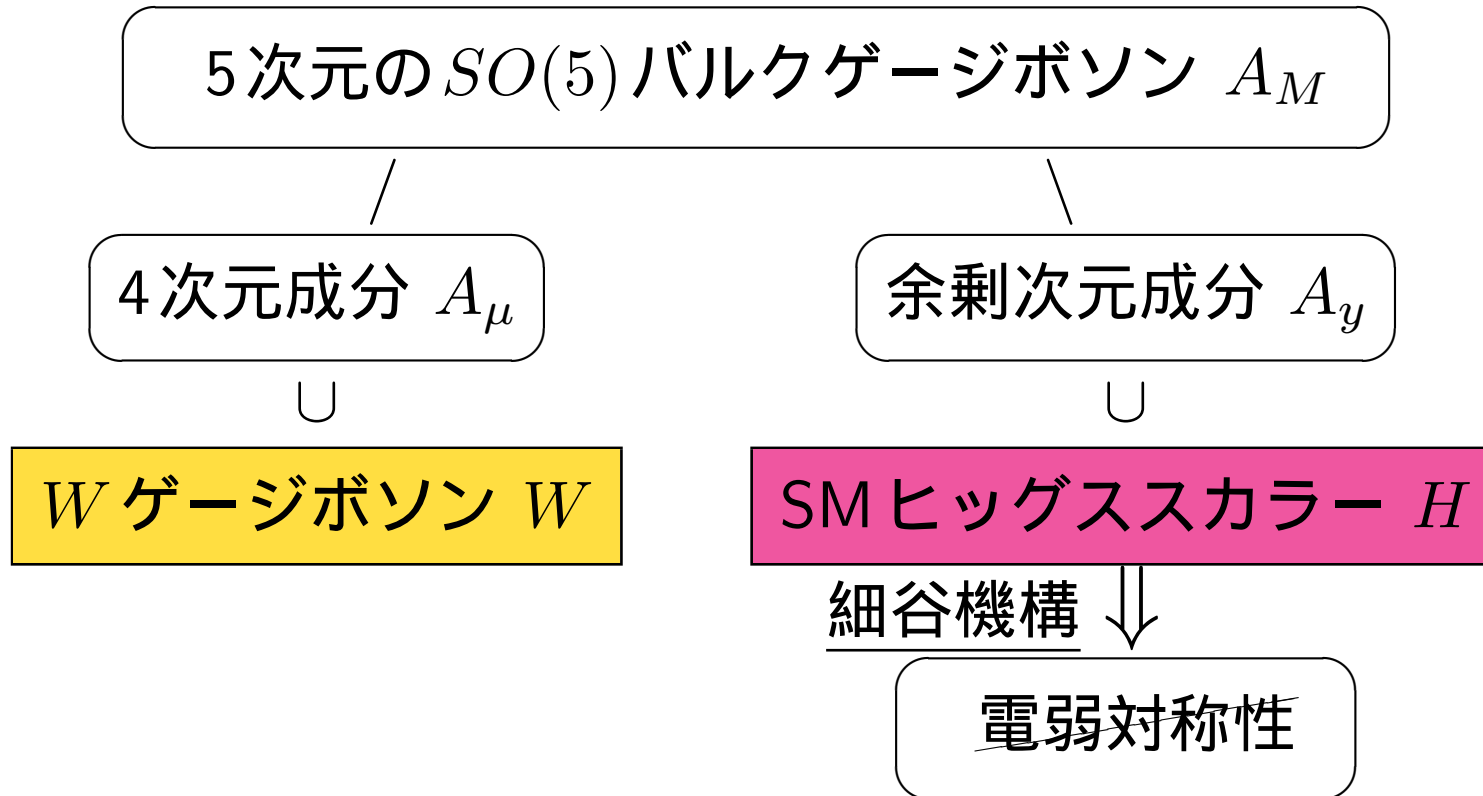
高次元時空のフェルミオンから四次元時空のワイルフェルミオンを実現する。

$(SU(3)_C \times SU(3) \times U(1))$ ゲージ・ヒッグス統一理論



$SU(3)(\times U(1))$ GHU [45–48, C.S.Lim, N.Maru'07; +Y.Adachi'07; M.Kakizaki, S.Suzuki'21; ...]

$SU(3) \times SO(5) \times U(1)$ ゲージ・ヒッグス統一理論



$SO(5) \times U(1)$ GHU in RS [49–63, K.Agashe et al.'05; Y.Hosotani et al.'08;...]

ゲージ・ヒッグス大統一理論

$SU(6)$ 大統一ゲージ対称性 ($SU(6) \supset SU(3) \times SU(3) \times U(1)$)

- 平坦時空 (超対称性) [15,64, L.J.Hall,Y.Nomura,D.Smith'01;G.Burdman,Y.Nomura'03]
- 平坦時空 [16–18, C.S.Lim,N.Maru'07;N.Maru,Y.Yatagai'19;A.Angelescu et al.'21;...]

$SO(11)$ 大統一ゲージ対称性 ($SO(11) \supset SU(3) \times SO(5) \times U(1)$)

- ランドール-サンドラム (RS) 時空

[24–30, Y.Hosotani,N.Y.'15'17'18;+A.Furui'16;C.Englert,J.Miller,D.D.Smaranda'19'20;...]

(コメント) 大統一ゲージ対称性の破れを起こす “GUT ヒッグス” とゲージボソンの統一モデルは他にも様々な群で議論されている。

内容

1. 導入
2. $SO(11)$ ゲージ・ヒッグス大統一理論
3. $SU(3) \times SO(5) \times U(1)$ ゲージ・ヒッグス統一模型
4. 加速器実験での現象論
5. まとめ

2. $SO(11)$ ゲージ・ヒッグス大統一理論

$SO(11)$ ゲージ・ヒッグス大統一理論について話すこと

- 対称性の破れのパターン [24, Y.Hosotani,N.Y.'15]
- バルク場のゼロモード(概略) [24, Y.Hosotani,N.Y.'15]

ここで議論しないこと

- 余剰次元理論の詳細

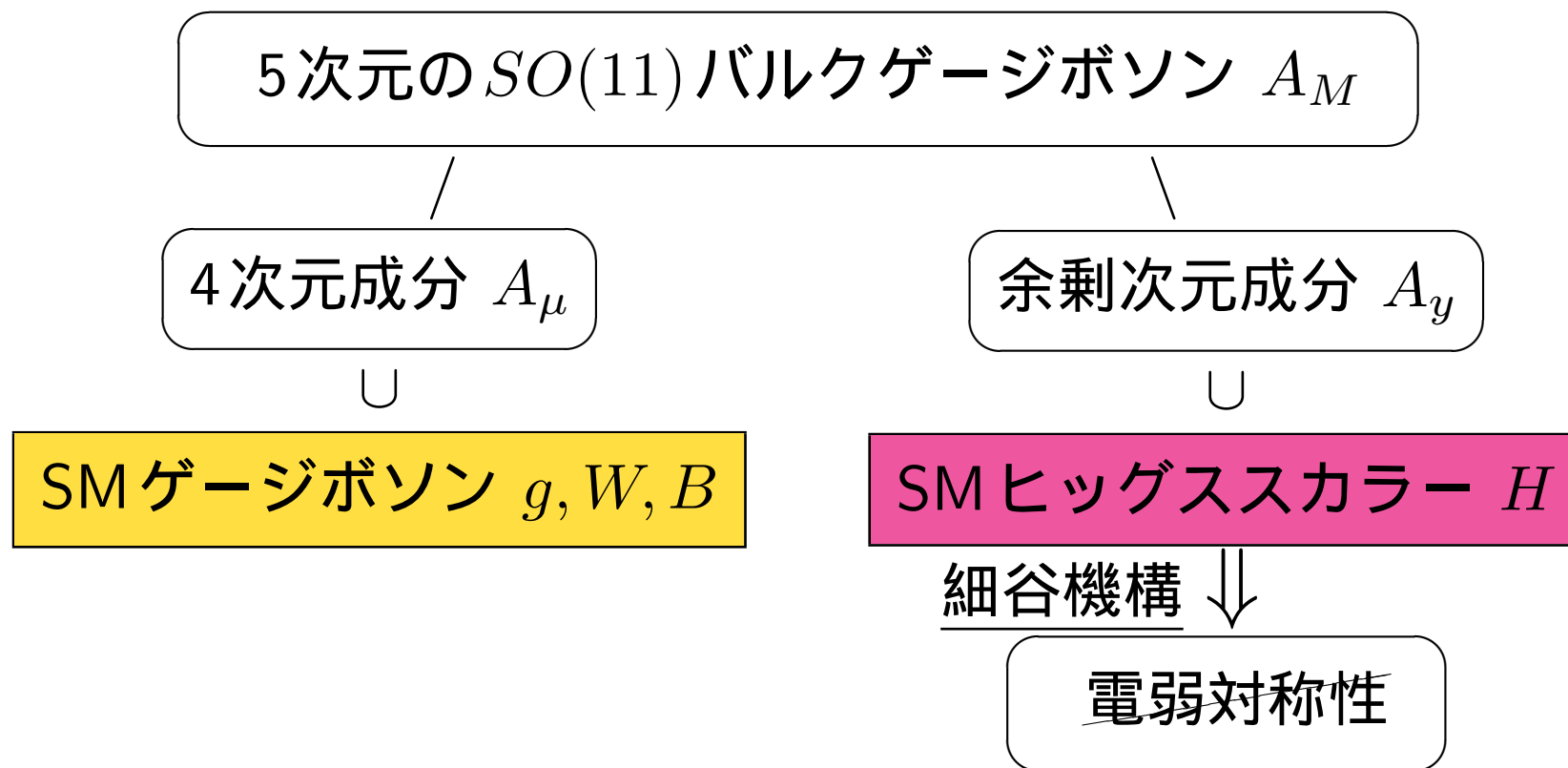
$SO(11)$ ゲージ・ヒッグス大統一理論 [24, Y.Hosotani,N.Y.'15]

対称性の破れのパターン：

$$\begin{aligned}
 SO(11) &\xrightarrow{BC} \begin{cases} SO(10) & \text{on UV brane} \\ SO(7) \times SO(4) & \text{on IR brane} \end{cases} \\
 &\underset{BC}{=} SO(4) \times SO(6) \simeq SU(4)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R =: G_{PS} \\
 &\xrightarrow{\langle \Phi \rangle} SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \quad \text{ブレーンスカラーの VEV} \\
 &\xrightarrow{\theta_H} SU(3)_C \times U(1)_{EM} \quad (\text{細谷機構}) \quad [39, Y.Hosotani'83]
 \end{aligned}$$

(部分群や表現分解: [1, 2, 65, R.Slansky'81;N.Y.'15;R.Feger et al.'19;...] 参照)

$SO(11)$ ゲージ・ヒッグス大統一理論：ボソン



$SO(11)$ GHGUT in RS [24, 26, Y.Hosotani,N.Y.'15;+A.Furui'16]

$SO(11)$ ゲージ・ヒッグス大統一理論：フェルミオン

5次元の $SO(11)$ スピノルバルクフェルミオン $\Psi_{32}^{(a)}$

4次元左巻きワイル $\psi_L^{(a)}$

4次元右巻きワイル $\psi_R^{(a)}$

SM左巻きワイル $q^{(a)}, \ell^{(a)}$

SM右巻きワイル $u^{(a)}, d^{(a)}, e^{(a)}$

(コメント) 質量縮退の回避のため $SO(11)$ 11バルクフェルミオンも導入する。

$SO(11)$ GHGUT in RS [24, 26, Y.Hosotani,N.Y.'15;+A.Furui'16]

$SO(11)$ ゲージ・ヒッグス大統一理論 (GHGUT) の結果など

- 大統一ゲージ対称性に適用可能なゲージ群の分類 [2, N.Y.'15]
- $SO(11)$ GHGUT のフェルミオン数の保存による陽子崩壊の禁止 (強い抑制) [24, Y.Hosotani,N.Y.'15]
- $SO(11)$ GHGUT での電弱対称性の破れとフェルミオンの質量構造の詳細解析 [26, A.Furui,Y.Hosotani,N.Y.,'16]

残りの時間では $SO(11)$ GHGUT の有効模型 (GHU B-模型) と先行研究で知られていた模型 (GHU A-模型) についての違い、標準理論からのズレの実験的検証可能性について見ていく。

内容

1. 導入
2. $SO(11)$ ゲージ・ヒッグス大統一理論
3. $SU(3) \times SO(5) \times U(1)$ ゲージ・ヒッグス統一模型
4. 加速器実験での現象論
5. まとめ

3. $SU(3) \times SO(5) \times U(1)$ GHU

$SU(3) \times SO(5) \times U(1)$ GHUについて話すこと(概要のみ)

- 対称性の破れのパターン

[50–63, Y.Hosotani, Y.Sakamura'07; Y.Hosotani et al'08; S.Funatsu et al'14-21; ...]

GHU A-模型 [53–58, S.Funatsu et al'14-17] と B-模型 [59–63, S.Funatsu et al'19-21]

- フェルミオンなどの表現の種類の違い [59, S.Funatsu et al'19]
- ヒッグス結合のSMのからのズレの違い [61, S.Funatsu et al'20]
- Z' ボソンの結合の違い [62, S.Funatsu et al'20]

対称性の破れのパターン

$$SU(3) \times SO(5) \times U(1)$$

$$\xrightarrow{BC} \begin{cases} SU(3) \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1) & \text{on UV brane} \\ SU(3) \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1) & \text{on IR brane} \end{cases}$$

$$\underset{BC}{=} SU(3) \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)$$

$$\xrightarrow{\langle \Phi \rangle} SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \quad \text{ブレーンスカラーの VEV}$$

$$\xrightarrow{\theta_H} SU(3)_C \times U(1)_{EM} \quad (\text{細谷機構}) \quad [39, Y.Hosotani'83]$$

(コメント)GHU A-模型とB-模型で違いはない。

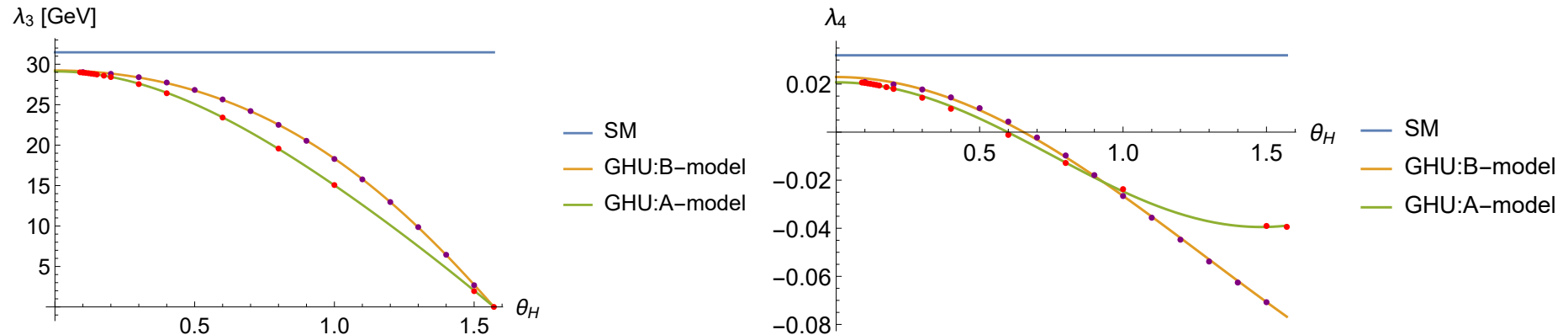
GHU A- and B-模型 [59, S.Funatsu et al'19]

	B-模型 (=GUT inspired)	A-模型
クォーク レプトン	$(\mathbf{3}, 4)_{\frac{1}{6}}$ $(\mathbf{3}, \mathbf{1})_{-\frac{1}{3}}^+$ $(\mathbf{3}, \mathbf{1})_{-\frac{1}{3}}^-$ $(\mathbf{1}, 4)_{-\frac{1}{2}}$	$(\mathbf{3}, \mathbf{5})_{\frac{2}{3}}$ $(\mathbf{3}, \mathbf{5})_{-\frac{1}{3}}$ $(\mathbf{1}, \mathbf{5})_0$ $(\mathbf{1}, \mathbf{5})_{-1}$
ダークフェルミオン	$(\mathbf{3}, 4)_{\frac{1}{6}}$ $(\mathbf{1}, \mathbf{5})_0^+$ $(\mathbf{1}, \mathbf{5})_0^-$	$(\mathbf{1}, 4)_{\frac{1}{2}}$
ブレーンフェルミオン	$(\mathbf{1}, \mathbf{1})_0$	$(\mathbf{3}, [\mathbf{2}, \mathbf{1}])_{\frac{7}{6}, \frac{1}{6}, -\frac{5}{6}}$ $(\mathbf{1}, [\mathbf{2}, \mathbf{1}])_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}}$
ブレーンスカラー	$(\mathbf{1}, 4)_{\frac{1}{2}}$	$(\mathbf{1}, [\mathbf{1}, \mathbf{2}])_{\frac{1}{2}}$

B-模型 = $SO(11)$ GUT inspired 模型 [59–61, S.Funatsu et al.'19-20];

A-模型 = non-GUT inspired 模型 [53–58, S.Funatsu et al.'13-17].

ヒッグス三点と四点自己結合 [59, S.Funatsu et al'19]

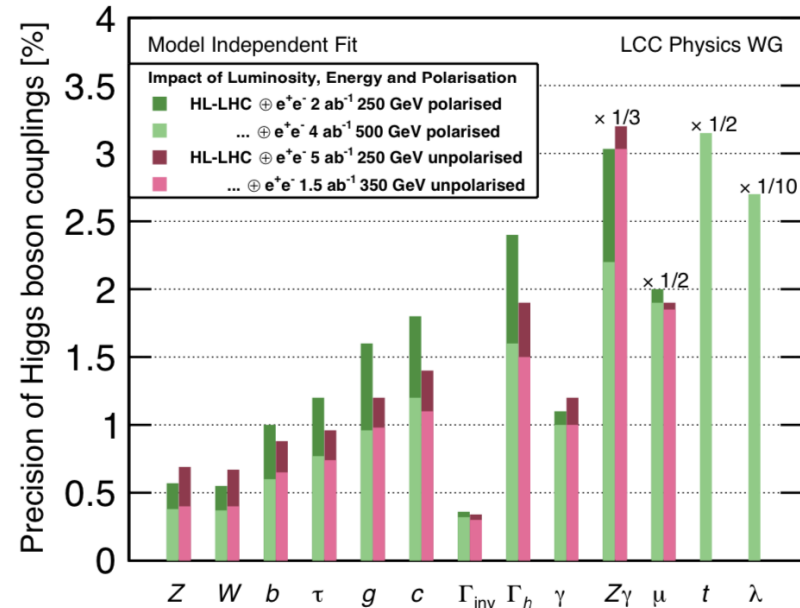
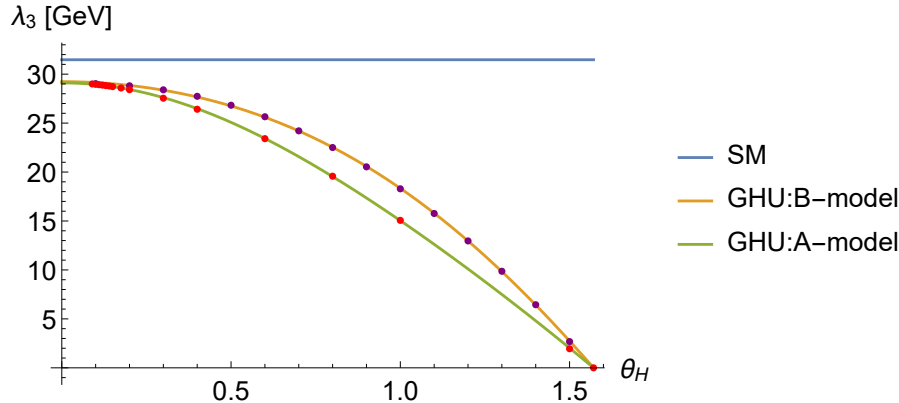


GHU A-模型とB-模型についてどちらもAB位相の値 $\theta_H \lesssim O(0.1)$ に対してこれまでの実験と抵触しない。

GHU A-模型とB-模型についてどちらも $\theta_H = 0.1$ に対して標準理論から λ_3 で8%程度、 λ_4 で30%程度のズレがある(詳細のフィットは論文を参照)。

ILC実験ではヒッグス三点のみ測定可能と期待されている。

ヒッグス三点と四点自己結合 [59, S.Funatsu et al'19]



[66,67, LCC + α, arXiv:1710.07621,1903.001629]

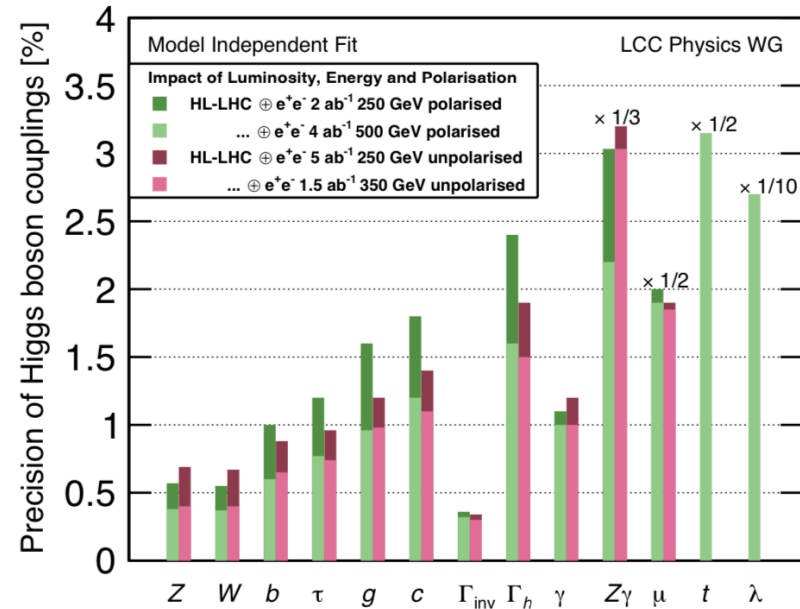
ILC 500 GeV, 4 ab⁻¹でも測定精度は27%程度なので残念ながらGHUの予言するズレを見るのは難しい。

湯川結合 [59, S.Funatsu et al'19]

標準理論との比較：

$$y_f^{\text{GHU}} = \begin{cases} y_f^{\text{SM}} \cos \theta_H & (\text{GHU A-模型}) \\ y_f^{\text{SM}} \cos^2 \frac{\theta_H}{2} & (\text{GHU B-模型}) \end{cases}$$

$\theta_H \lesssim 0.1$ に対して、
ズレは $O(0.25 - 0.5)$ % 以下。



[66,67, LCC + α , arXiv:1710.07621,1903.001629]

ILC 500 GeV, 4 ab^{-1} でも最も精度の良い測定が期待されるボトムクォーク b についても 0.6 % 程度の測定精度なので GHU の予言するズレを見るのは難しい。

Z' ボソンの結合の違い [62, 68, S.Funatsu'19;S.Funatsu et al.'20]

Name	θ_H [rad.]	m_{KK} [TeV]	z_L	k [GeV]	$m_{\gamma(1)}$ [TeV]	$\Gamma_{\gamma(1)}$ [TeV]	$m_{Z(1)}$ [TeV]	$\Gamma_{Z(1)}$ [TeV]	$m_{Z_R^{(1)}}$ [TeV]	$\Gamma_{Z_R^{(1)}}$ [TeV]
A1	0.10	8.1	2.9×10^4	7.4×10^7	6.6	0.90	6.6	0.43	6.2	0.78
A2	0.09	8.7	1.7×10^4	4.7×10^7	7.2	0.94	7.1	0.46	6.7	0.85
A3	0.08	9.5	1.0×10	3.1×10^7	7.9	0.99	7.9	0.53	7.3	1.01
B^L	0.10	11.0	2.0×10^8	6.9×10^{11}	8.7	2.1	8.7	4.8	8.4	0.60
B	0.10	13.0	3.9×10^{11}	1.6×10^{15}	10.2	3.3	10.2	7.8	10.0	0.82
B^H	0.10	15.0	2.7×10^{15}	1.3×10^{19}	11.7	4.9	11.7	11.8	11.5	1.3

		f	g_{Zf}^L	g_{Zf}^R	$g_{Z(1)f}^L$	$g_{Z(1)f}^R$	$g_{Z_R^{(1)}f}^L$	$g_{Z_R^{(1)}f}^R$	$g_{\gamma(1)f}^L$	$g_{\gamma(1)f}^R$
A-模型： GHU(A2)	e		-0.3066	0.2638	0.1160	1.0210	0	-1.4062	0.1824	-1.8568
	μ		-0.3066	0.2638	0.1160	0.9584	0	-1.3307	0.1824	-1.7430
	τ		-0.3066	0.2638	0.1159	0.9060	0	-1.2671	-0.1216	-1.6476
B-模型： GHU(B)	e		-0.3058	0.2629	-1.7621	-0.0584	-1.0444	0	-2.7587	0.1071
	μ		-0.3058	0.2629	-1.6778	-0.0584	-0.9969	0	-2.6268	0.1071
	τ		-0.3058	0.2629	-1.6218	-0.0584	-0.9652	0.0001	-2.5391	0.1070

(他の結合定数などの詳細は [62, 68, S.Funatsu'19;S.Funatsu et al.'20] を参照。)

内容

1. 導入
2. $SO(11)$ ゲージ・ヒッグス大統一理論
3. $SU(3) \times SO(5) \times U(1)$ ゲージ・ヒッグス統一模型
4. 加速器実験での現象論
5. まとめ

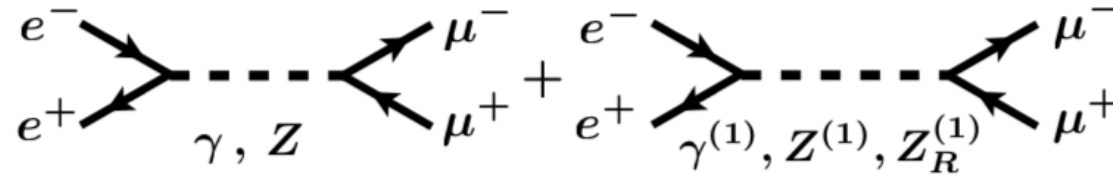
4. 加速器実験での現象論

GHU A-模型とB-模型の加速器実験についての現状

- LHC実験のrun-2からの制限(結果のみ) [69, S.Funatsu et al, in preparation]
- ILC実験でのフェルミオン対生成過程
 - GHU A-模型 [58, 68, 70–73, S.Funatsu et al.'17; J.Yoon, M.E.Peskin'18; S.Funatsu'19; F.Richard'18; A.Irles et al'20]
 - GHU B-模型 [62, S.Funatsu et al'20]
- ILC実験でのBhabha散乱過程(時間の関係上省略)
 - GHU A-模型 [72, 74, F.Richard'18; S.Funatsu et al', in preparation]
 - GHU B-模型 [74, S.Funatsu et al', in preparation]

LHC実験での Z' と W' ボソン探索 [S.Funatsu et al., in preparation]

- GHU A-模型についてのDrell-Yan過程の解析 [54, S.Funatsu et al'14] とLHC run-1の結果からAB位相 $\theta_H \lesssim 0.11$ と $m_{KK} \gtrsim 8$ TeV という制限が得られていた。
 - LHC実験のrun-2($\sqrt{s} = 13\text{TeV}$, 139fb^{-1})での Z' と W' ボソン探索の結果がATLASとCMSグループから報告された。 [75–78, ATLAS'19-'21] [79,80, CMS'20'21]
 - $pp \rightarrow \ell\bar{\ell}X$ ($\ell = e, \mu$) を用いた Z' ボソン探索からの制限
 - GHU A-模型 : $\theta_H \lesssim 0.08$, $m_{KK} \gtrsim 9$ TeV.
 - GHU B-模型 : $\theta_H \lesssim 0.10$, $m_{KK} \gtrsim 12$ TeV.
 - $pp \rightarrow \ell\nu X$ ($\ell = e, \mu$) を用いた W' ボソン探索からの制限
 - GHU A-模型 : W' の結合が小さいため Z' 探索からの制限の方が強い。
 - GHU B-模型 : $\theta_H \lesssim 0.10$, $m_{KK} \gtrsim 13$ TeV.
- ⇒ GHU A-模型とB-模型ではそれぞれ先ほどのパラメタセットA3とB がLHC実験のrun-2からの制限の境界付近にある。

$$e^-e^+ \rightarrow \{V_i\} \rightarrow f\bar{f} \quad (f\bar{f} = \mu^-\mu^+, \dots) \text{ での観測可能量}$$


観測可能量	(記号)	偏極なし	偏極あり
散乱断面積	$(\sigma^{f\bar{f}})$	可能	可能
前方後方非対称性	$(A_{FB}^{f\bar{f}})$	可能	可能
左右非対称性	$(A_{LR}^{f\bar{f}})$	不可能	可能
左右前方後方非対称性	$(A_{LR,FB}^{f\bar{f}})$	不可能	可能

前方後方 (FB)、左右 (LR)、と LR FB 非対称性は、例えば、Refs. [81–85, B.Schrempp et al'88; D.C.Kennedy et al'89; SLD Collaboration'94-95] で研究されている。

以下では GHU A-モデルと B-モデルについて偏極 e^-e^+ , $(P_{e^-}, P_{e^+}) = (\mp 0.8, \pm 0.3)$, $\sqrt{s} = 250$ GeV, 250 fb^{-1} データでの $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ 過程の計算結果を示す。

偏極 e^-e^+ からの $f\bar{f}$ 生成過程

$e^-e^+ \rightarrow f\bar{f}$ の s -チャンネル過程は4つの量 $Q_{e_X f_Y}$ ($X, Y = L, R$) で表される。

$$Q_{e_X f_Y} = \sum_i \frac{g_{V_i e}^X g_{V_i f}^Y}{(s - m_{V_i}^2) + im_{V_i} \Gamma_{V_i}}, \quad P_{\text{eff}} = \frac{P_{e^-} - P_{e^+}}{1 - P_{e^-} P_{e^+}},$$

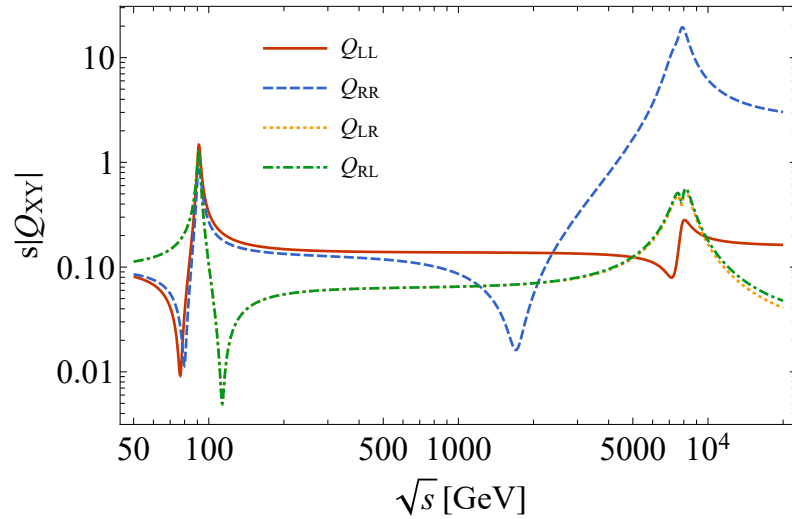
観測量	観測量は振幅の二乗の適当な線型結合で表される (全体の因子は無視、 $\sqrt{s} \gg m_f$)
σ	$(1 - P_{\text{eff}})(Q_{e_L f_L} ^2 + Q_{e_L f_R} ^2) + (1 + P_{\text{eff}})(Q_{e_R f_R} ^2 + Q_{e_R f_L} ^2)$
A_{FB}	$(1 - P_{\text{eff}})(Q_{e_L f_L} ^2 - Q_{e_L f_R} ^2) + (1 + P_{\text{eff}})(Q_{e_R f_R} ^2 - Q_{e_R f_L} ^2)$
A_{LR}	$ Q_{e_L f_L} ^2 + Q_{e_L f_R} ^2 - Q_{e_R f_R} ^2 - Q_{e_R f_L} ^2$
$A_{LR,FB}$	$ Q_{e_L f_L} ^2 - Q_{e_L f_R} ^2 - Q_{e_R f_R} ^2 + Q_{e_R f_L} ^2$

GHU 模型：振幅 [62, S.Funatsu et al'20+α]

$$Q_{e_X f_Y} = \sum_{V_i} \frac{g_{V_e}^X g_{V_f}^Y g_w^2}{(s - m_V^2) + im_V \Gamma_V}, \quad V_i = \begin{cases} \gamma, Z, & \text{for SM,} \\ \gamma, Z, \gamma^{(1)}, Z^{(1)}, Z_R^{(1)} & \text{for GHU} \end{cases} .$$

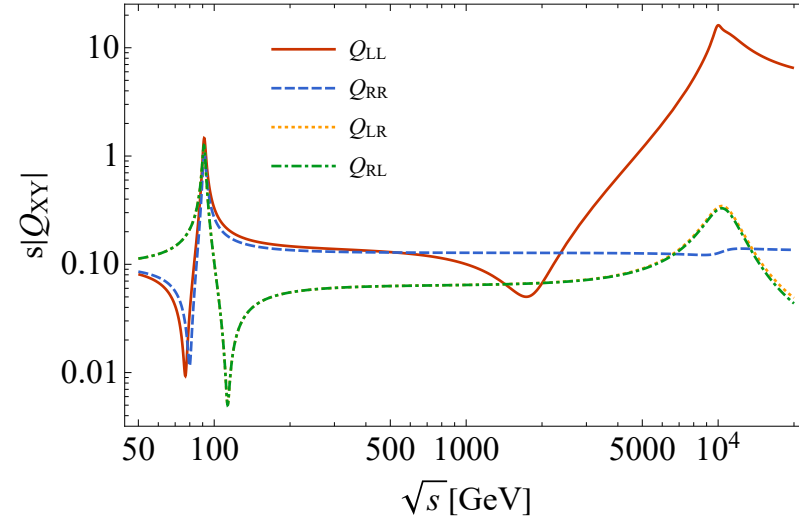
GHU-A3

$e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$



GHU-B

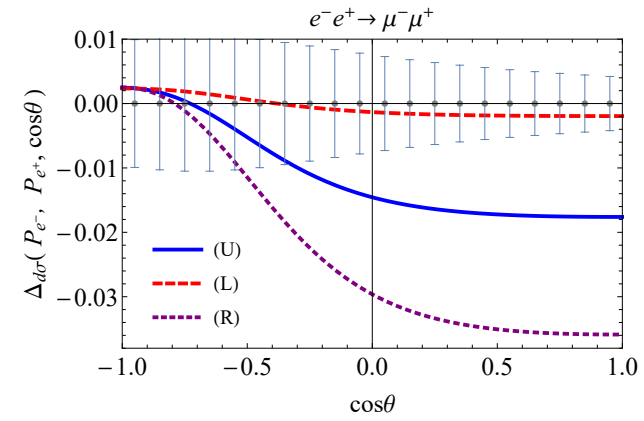
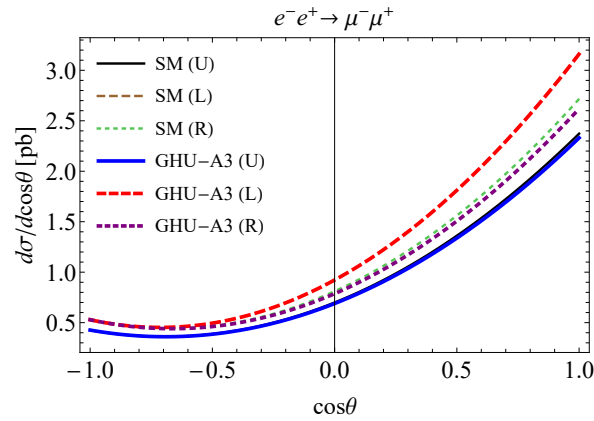
$e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$



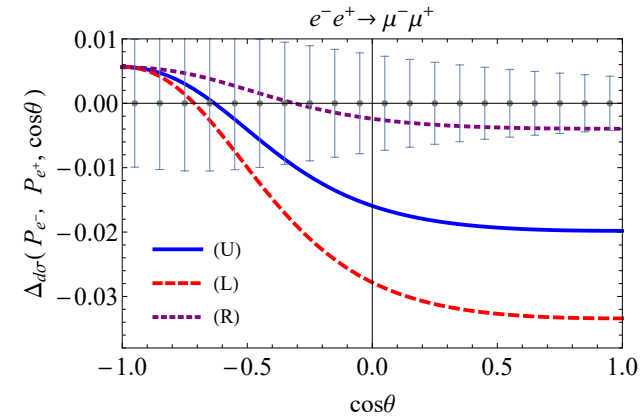
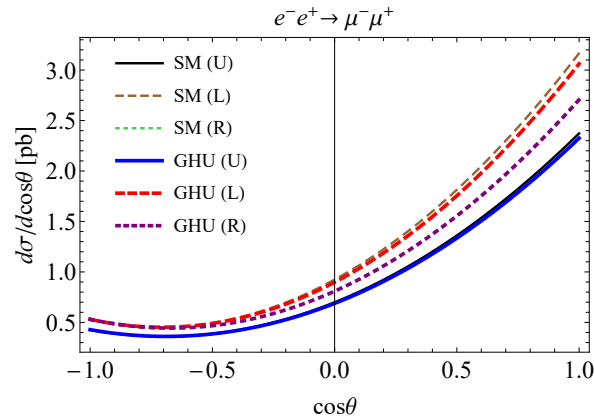
GHU A-,B-模型ではそれぞれSMからの右巻きと左巻きのズレが大きい。

GHU 模型：微分断面積 [62, S.Funatsu et al'20+α]

GHU-A3:



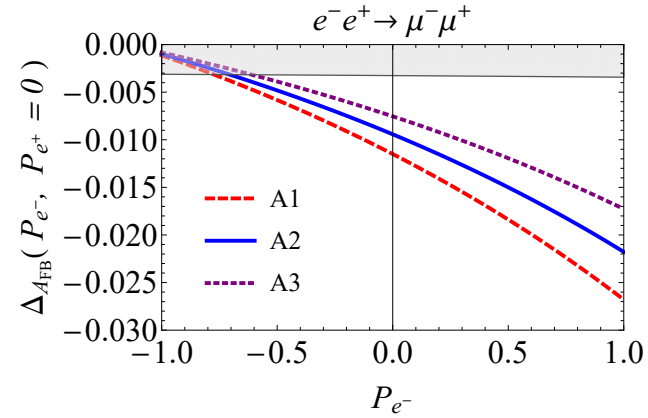
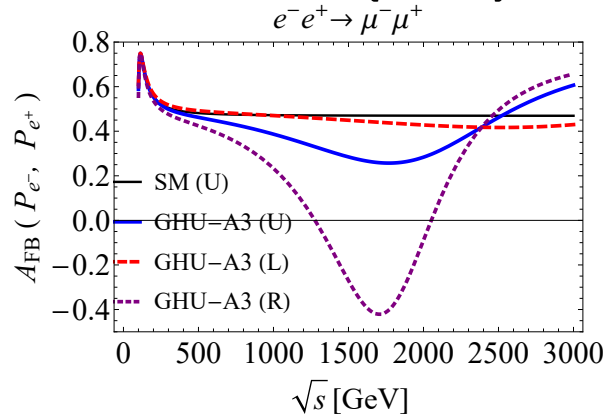
GHU-B:



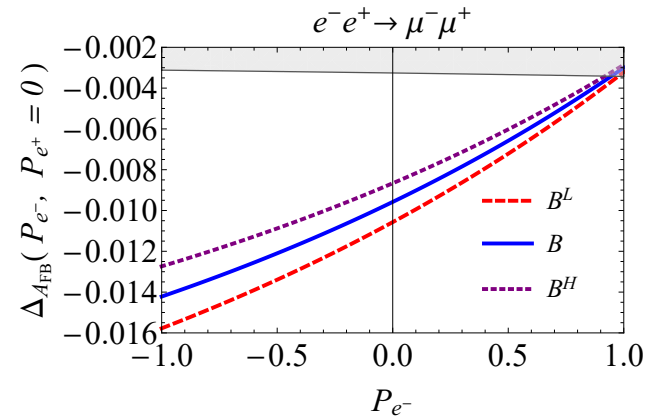
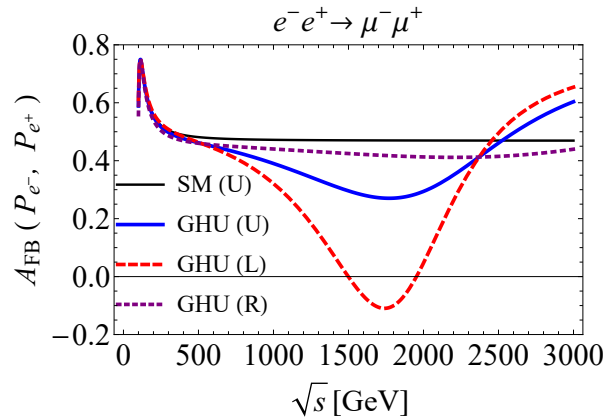
$$(P_{e^-}, P_{e^+}) = (0, 0)(U), (-0.8, +0.3)(L), (+0.8, -0.3)(R); \sqrt{s} = 250 \text{ GeV}, 250 \text{ fb}^{-1}$$

GHU 模型：前方後方 (FB) 非対称性 [62, S.Funatsu et al'20+α]

GHU-A:



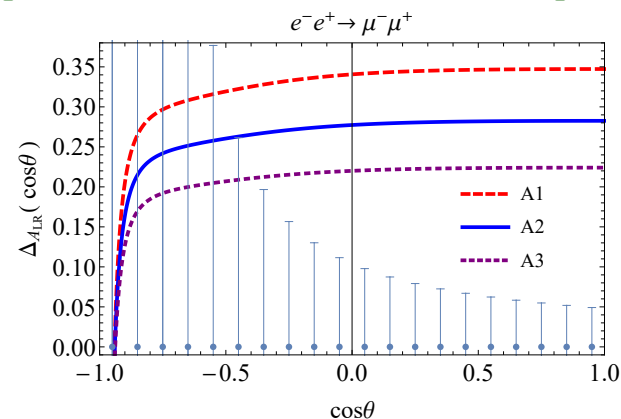
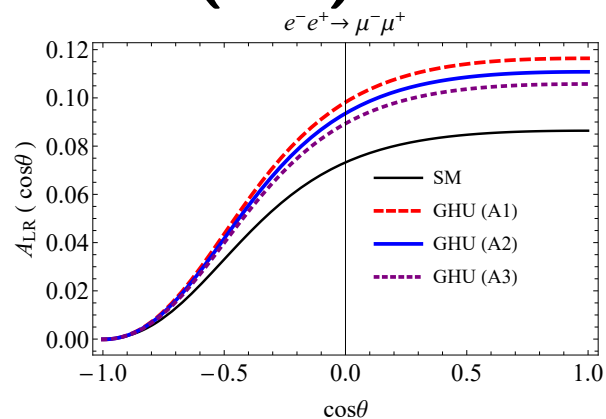
GHU-B:



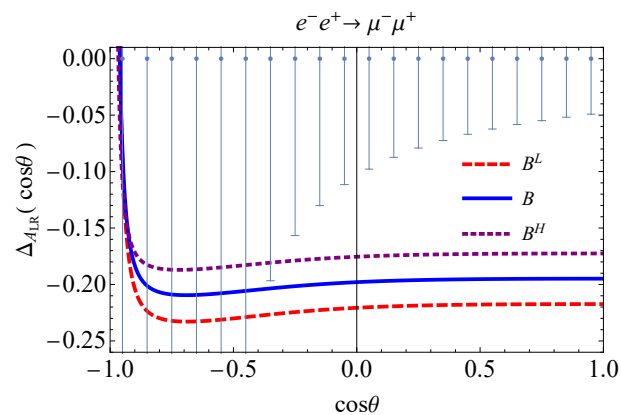
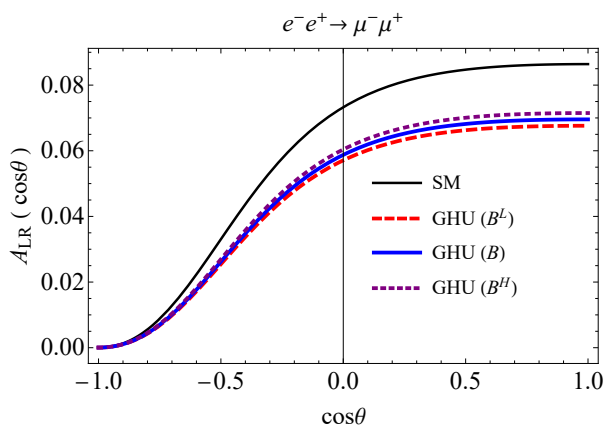
$$(P_{e^-}, P_{e^+}) = (0, 0)(U), (-0.8, +0.3)(L), (+0.8, -0.3)(R); \sqrt{s} = 250 \text{ GeV}, 250 \text{ fb}^{-1}$$

GHU 模型：左右 (LR) 非対称性 [62, S.Funatsu et al'20+α]

GHU-A:



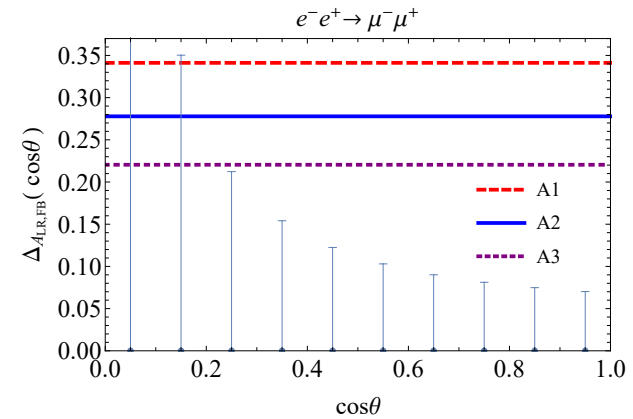
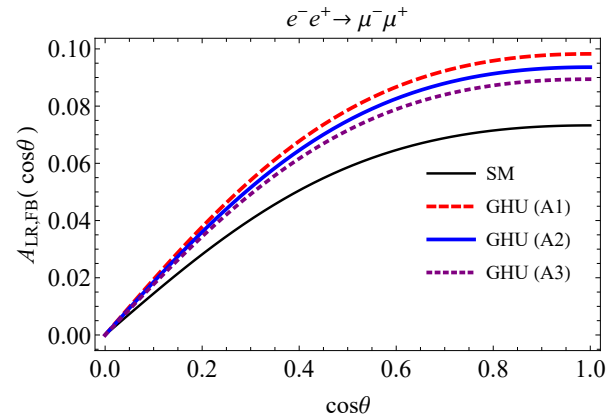
GHU-B:



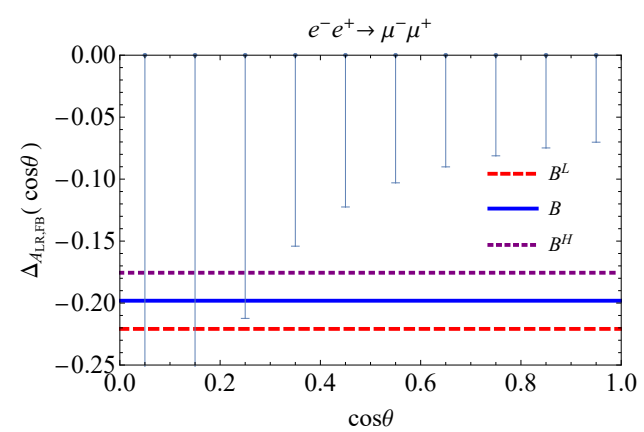
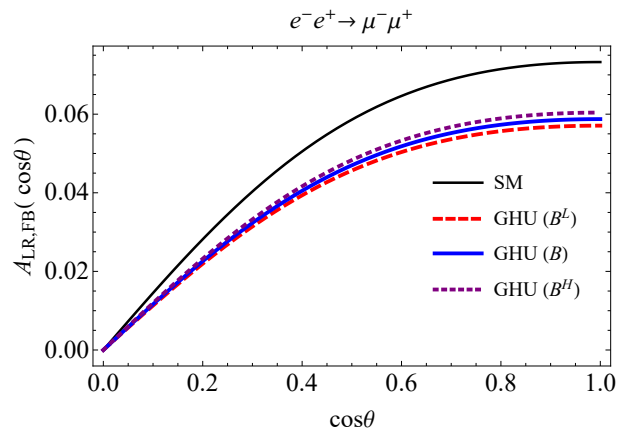
$$\sqrt{s} = 250 \text{ GeV}, 250 \text{ fb}^{-1}; (P_{e^-}, P_{e^+}) = (\mp 0.8, \pm 0.3)$$

GHU 模型：左右前方後方非対称性 [62, S.Funatsu et al'20+ α]

GHU-A:



GHU-B:



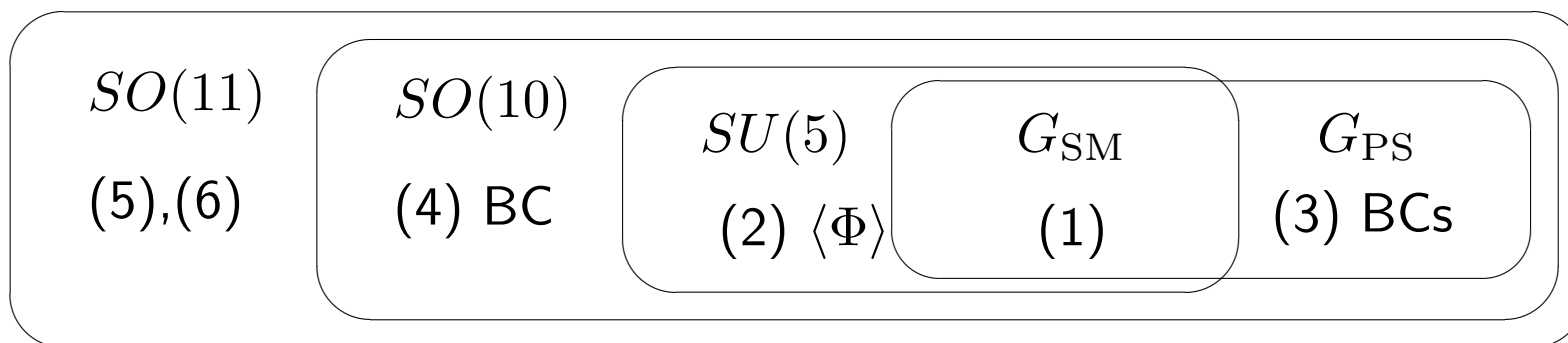
$$\sqrt{s} = 250 \text{ GeV}, 250 \text{ fb}^{-1}; (P_{e^-}, P_{e^+}) = (\mp 0.8, \pm 0.3)$$

まとめ

ゲージ・ヒッグス統一理論と大統一理論を融合させたゲージ・ヒッグス大統一理論とその有効模型の構成と加速器実験での検証可能性について議論した。

- $SO(11)$ ゲージ・ヒッグス大統一理論 (GHGUT)
- $SU(3) \times SO(5) \times U(1)$ ゲージ・ヒッグス統一模型 (GHU)
- 加速器実験での現象論

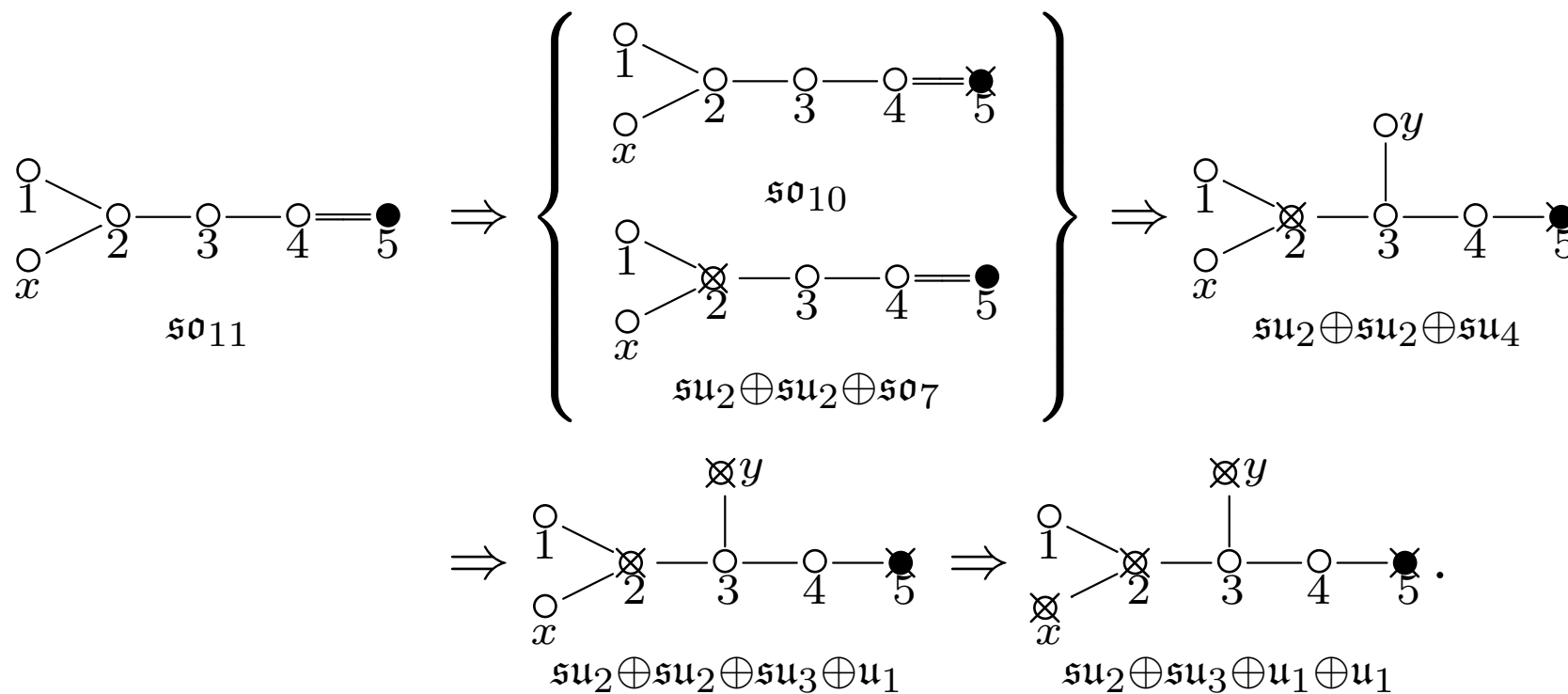
対称性の破れのパターン：Venn図版



5D ゲージ場 ($A_M = A_\mu \oplus A_z$) の境界条件

生成子	$A_\mu^{(z=1)}$	$A_\mu^{(z=z_L)}$	$A_z^{(z=1)}$	$A_z^{(z=z_L)}$
(1) G_{SM}	N	N	D	D
(2) $SU(5)/G_{SM}$	N	D	D	N
(3) G_{PS}/G_{SM}	D_{eff}	N	D	D
(4) $SO(10)/(SU(5) \cup G_{PS})$	D_{eff}	D	D	N
(5) $SO(5)/SO(4)$	D	D	N	N
(6) $SO(7)/SO(6)$	D	N	N	D

$SO(11)$ 対称性の破れのパターン : Dynkin 図版



$SO(11)$ ゲージ・ヒッグス大統一模型でのゼロモードのまとめ

5D Bulk field	A_M			
4D field	A_μ			A_y
$SL(2, \mathbb{C})$	$(1/2, 1/2)$			$(0, 0)$
Zero modes (BC only)	g'_μ	W_μ	$W_{R\mu}$	ϕ
G_{PS}	$(15, 1, 1)$	$(1, 3, 1)$	$(1, 1, 3)$	$(1, 2, 2)$
Zero modes (BC+ $\langle\Phi\rangle$)	g_μ	A_μ	W_μ	ϕ
G_{SM}	$(8, 1)_0$	$(1, 1)_0$	$(1, 3)_0$	$(1, 2)_{-1/2}$

5D Bulk field	$\Psi_{32}^{(a)}$				
4D field	$\psi_{L32}^{(a)}$		$\psi_{R32}^{(a)}$		
$SL(2, \mathbb{C})$	$(1/2, 0)$		$(0, 1/2)$		
Zero modes (BC only)	$\psi_{L(4,2,1)}^{(a)}$		$\psi_{R(4,1,2)}^{(a)}$		
G_{PS}	$(4, 2, 1)$		$(4, 1, 2)$		
Zero modes (BC+ $\langle\Phi\rangle$)	$q_L^{(a)}$	$\ell_L^{(a)}$	$u_R^{(a)}$	$d_R^{(a)}$	$e_R^{(a)}$
G_{SM}	$(3, 2)_{+1/6}$	$(1, 2)_{-1/2}$	$(3, 1)_{+2/3}$	$(3, 1)_{-1/3}$	$(1, 1)_{-1}$

[観測可能量:1/6] 微分断面積

Differential cross section for $e^-e^+ \rightarrow (V_i) \rightarrow f\bar{f}$:

$$\frac{d\sigma^{f\bar{f}}}{d\cos\theta}(P_{e^-}, P_{e^+}, \cos\theta) \propto (1 - P_{\text{eff}}) \underbrace{\frac{d\sigma_{LR}^{f\bar{f}}}{d\cos\theta}(\cos\theta)}_{e_L^- e_R^+ \rightarrow (V_i) \rightarrow f\bar{f}} + (1 + P_{\text{eff}}) \underbrace{\frac{d\sigma_{RL}^{f\bar{f}}}{d\cos\theta}(\cos\theta)}_{e_R^- e_L^+ \rightarrow (V_i) \rightarrow f\bar{f}},$$

For $e_L^- e_R^+ \rightarrow f\bar{f}$ and $e_R^- e_L^+ \rightarrow f\bar{f}$ ($\sqrt{s} \gg m_f$),

$$\frac{d\sigma_{LR}^{f\bar{f}}}{d\cos\theta}(\cos\theta) \propto (1 + \cos\theta)^2 |Q_{e_L f_L}|^2 + (1 - \cos\theta)^2 |Q_{e_L f_R}|^2,$$

$$\frac{d\sigma_{RL}^{f\bar{f}}}{d\cos\theta}(\cos\theta) \propto (1 + \cos\theta)^2 |Q_{e_R f_R}|^2 + (1 - \cos\theta)^2 |Q_{e_R f_L}|^2,$$

$$P_{\text{eff}} := \frac{P_{e^-} - P_{e^+}}{1 - P_{e^-} P_{e^+}}, \quad Q_{e_X f_Y} := \sum_i \frac{g_{V_i e}^X g_{V_i f}^Y}{(s - m_{V_i}^2) + i m_{V_i} \Gamma_{V_i}}.$$

[観測可能量:2/6] 全断面積

Total cross section for $e^-e^+ \rightarrow (V_i) \rightarrow f\bar{f}$:

$$\sigma_{\text{tot}}^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+}) = \int_{-\cos\theta_{\text{max}}}^{+\cos\theta_{\text{max}}} \frac{d\sigma^{f\bar{f}}}{d\cos\theta}(P_{e^-}, P_{e^+}, \cos\theta) d\cos\theta$$

$$\sim (1 - P_{\text{eff}})\sigma_{LR}^{f\bar{f}} + (1 + P_{\text{eff}})\sigma_{RL}^{f\bar{f}}.$$

Total cross section for $e_L^-e_R^+ \rightarrow f\bar{f}$ and $e_R^-e_L^+ \rightarrow f\bar{f}$ ($\sqrt{s} \gg m_f$):

$$\sigma_{LR}^{f\bar{f}} \sim |Q_{e_L f_L}|^2 + |Q_{e_L f_R}|^2, \quad \sigma_{RL}^{f\bar{f}} \sim |Q_{e_R f_R}|^2 + |Q_{e_R f_L}|^2.$$

[観測可能量:3/6] 前方後方非対称性

Forward-backward asymmetry for $e^-e^+ \rightarrow (V_i) \rightarrow f\bar{f}$:

$$A_{FB}^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+}) = \frac{\sigma_F^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+}) - \sigma_B^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+})}{\sigma_F^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+}) + \sigma_B^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+})},$$

Forward/backward cross section for $\sigma_{F/B}^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+})$ ($\sqrt{s} \gg m_f$)

$$A_{FB}^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+}) \simeq \frac{3B_1 - B_2}{4B_1 + B_2},$$

$$B_1 = (1 - P_{\text{eff}}) |Q_{e_L f_L}|^2 + (1 + P_{\text{eff}}) |Q_{e_R f_R}|^2,$$

$$B_2 = (1 - P_{\text{eff}}) |Q_{e_L f_R}|^2 + (1 + P_{\text{eff}}) |Q_{e_R f_L}|^2.$$

[観測可能量:4/6] 左右非対称性

LR asymmetry for $e^-e^+ \rightarrow (V_i) \rightarrow f\bar{f}$ [82, 86, B.Schrempp et al.'88;...]:

$$A_{LR}^{f\bar{f}}(\cos\theta) = \frac{\sigma_{LR}^{f\bar{f}}(\cos\theta) - \sigma_{RL}^{f\bar{f}}(\cos\theta)}{\sigma_{LR}^{f\bar{f}}(\cos\theta) + \sigma_{RL}^{f\bar{f}}(\cos\theta)}.$$

Observable LR asymmetry:

$$A_{LR}^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+}, \cos\theta) = \frac{\sigma^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+}, \cos\theta) - \sigma^{f\bar{f}}(-P_{e^-}, -P_{e^+}, \cos\theta)}{\sigma^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+}, \cos\theta) + \sigma^{f\bar{f}}(-P_{e^-}, -P_{e^+}, \cos\theta)}.$$

The relations between the above two asymmetries :

$$A_{LR}^{f\bar{f}}(\cos\theta) = \frac{1}{P_{\text{eff}}} A_{LR}^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+}, \cos\theta).$$

[観測可能量:5/6] 左右非対称性

LR asymmetry for $e^-e^+ \rightarrow (V_i) \rightarrow f\bar{f}$ [82, 86, B.Schrempp et al.'88;...]:

$$A_{LR}^{f\bar{f}} = \frac{\sigma_{LR}^{f\bar{f}} - \sigma_{RL}^{f\bar{f}}}{\sigma_{LR}^{f\bar{f}} + \sigma_{RL}^{f\bar{f}}}.$$

For $\sqrt{s} \gg m_f$,

$$A_{LR}^{f\bar{f}} \simeq \frac{[|Q_{e_L f_L}|^2 + |Q_{e_L f_R}|^2] - [|Q_{e_R f_R}|^2 + |Q_{e_R f_L}|^2]}{[|Q_{e_L f_L}|^2 + |Q_{e_L f_R}|^2] + [|Q_{e_R f_R}|^2 + |Q_{e_R f_L}|^2]}.$$

[観測可能量:6/6] 左右前方後方非対称性

LR FB asymmetry [81–85, D.C.Kennedy et al.'89;SLD Collaboration'94'95]:

$$A_{LR,FB}^{f\bar{f}}(\cos\theta) = \frac{\left[\sigma_{LR}^{f\bar{f}} - \sigma_{RL}^{f\bar{f}} \right] (\cos\theta) - \left[\sigma_{LR}^{f\bar{f}} - \sigma_{RL}^{f\bar{f}} \right] (-\cos\theta)}{\left[\sigma_{LR}^{f\bar{f}} + \sigma_{RL}^{f\bar{f}} \right] (\cos\theta) + \left[\sigma_{LR}^{f\bar{f}} + \sigma_{RL}^{f\bar{f}} \right] (-\cos\theta)}.$$

For $\sqrt{s} \gg m_f$,

$$A_{LR,FB}^{f\bar{f}}(\cos\theta) \approx \frac{2 \cos\theta \left[|Q_{e_L f_L}|^2 - |Q_{e_L f_R}|^2 \right] - \left[|Q_{e_R f_R}|^2 - |Q_{e_R f_L}|^2 \right]}{1 + \cos^2\theta \left[|Q_{e_L f_L}|^2 + |Q_{e_L f_R}|^2 + |Q_{e_R f_R}|^2 + |Q_{e_R f_L}|^2 \right]}.$$

References

- [1] R. Slansky, “Group Theory for Unified Model Building,” Phys. Rept. **79** (1981) 1–128.
- [2] N. Yamatsu, “Finite-Dimensional Lie Algebras and Their Representations for Unified Model Building,” arXiv:1511.08771 [hep-ph].
- [3] H. Georgi and S. L. Glashow, “Unity of All Elementary Particle Forces,” Phys. Rev. Lett. **32** (1974) 438–441.
- [4] K. Inoue, A. Kakuto, and Y. Nakano, “Unification of the Lepton-Quark World by the Gauge Group SU(6),” Prog.Theor.Phys. **58** (1977) 630.
- [5] H. Fritzsch and P. Minkowski, “Unified Interactions of Leptons and Hadrons,” Ann. Phys. **93** (1975) 193–266.
- [6] F. Gursev, P. Ramond, and P. Sikivie, “A Universal Gauge Theory Model Based on E_6 ,” Phys. Lett. **B60** (1976) 177.
- [7] J. Banks and H. Georgi, “Comment on Gauge Theories Without Anomalies,” Phys. Rev. **D14** (1976) 1159–1160.
- [8] S. Okubo, “Gauge Groups Without Triangular Anomaly,” Phys.Rev. **D16** (1977) 3528.

- [9] Y. Kawamura, “Gauge Symmetry Breaking from Extra Space S^1/Z_2 ,” Prog. Theor. Phys. **103** (2000) 613–619, arXiv:hep-ph/9902423 [hep-ph].
- [10] Y. Kawamura, “Split Multiplets, Coupling Unification and Extra Dimension,” Prog. Theor. Phys. **105** (2001) 691–696, arXiv:hep-ph/0012352.
- [11] Y. Kawamura, “Triplet-Doublet Splitting, Proton Stability and Extra Dimension,” Prog. Theor. Phys. **105** (2001) 999–1006, arXiv:hep-ph/0012125.
- [12] L. J. Hall and Y. Nomura, “Gauge Unification in Higher Dimensions,” Phys.Rev. **D64** (2001) 055003, arXiv:hep-ph/0103125 [hep-ph].
- [13] K. Kojima, K. Takenaga, and T. Yamashita, “Grand Gauge-Higgs Unification,” Phys. Rev. **D84** (2011) 051701, arXiv:1103.1234 [hep-ph].
- [14] K. Kojima, K. Takenaga, and T. Yamashita, “Gauge Symmetry Breaking Patterns in an SU(5) Grand Gauge-Higgs Unification Model,” Phys. Rev. **D95** no. 1, (2017) 015021, arXiv:1608.05496 [hep-ph].
- [15] G. Burdman and Y. Nomura, “Unification of Higgs and Gauge Fields in Five-Dimensions,” Nucl. Phys. **B656** (2003) 3–22, arXiv:hep-ph/0210257 [hep-ph].

- [16] C. S. Lim and N. Maru, “Towards a Realistic Grand Gauge-Higgs Unification,” *Phys.Lett.* **B653** (2007) 320–324, arXiv:0706.1397 [hep-ph].
- [17] N. Maru and Y. Yatagai, “Fermion Mass Hierarchy in Grand Gauge-Higgs Unification,” *PTEP* **2019** no. 8, (2019) 083B03, arXiv:1903.08359 [hep-ph].
- [18] A. Angelescu, A. Bally, S. Blasi, and F. Goertz, “Minimal SU(6) Gauge-Higgs Grand Unification,” arXiv:2104.07366 [hep-ph].
- [19] H. D. Kim and S. Raby, “Unification in 5-D SO(10),” *JHEP* **01** (2003) 056, arXiv:hep-ph/0212348 [hep-ph].
- [20] T. Fukuyama and N. Okada, “A Simple SO(10) GUT in Five Dimensions,” *Phys. Rev.* **D78** (2008) 015005, arXiv:0803.1758 [hep-ph].
- [21] N. Haba and Y. Shimizu, “Gauge Higgs unification in the five-dimensional E(6), E(7), and E(8) GUTs on orbifold,” *Phys. Rev. D* **67** (2003) 095001, arXiv:hep-ph/0212166. [Erratum: *Phys.Rev.D* 69, 059902 (2004)].
- [22] Y. Kawamura and T. Miura, “Classification of Standard Model Particles in E_6 Orbifold Grand Unified Theories,” *Int. J. Mod. Phys.* **A28** (2013) 1350055, arXiv:1301.7469 [hep-ph].

- [23] K. Kojima, K. Takenaga, and T. Yamashita, “The Standard Model Gauge Symmetry from Higher-Rank Unified Groups in Grand Gauge-Higgs Unification Models,” *JHEP* **06** (2017) 018, [arXiv:1704.04840 \[hep-ph\]](#).
- [24] Y. Hosotani and N. Yamatsu, “Gauge-Higgs Grand Unification,” *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2015** (2015) 111B01, [arXiv:1504.03817 \[hep-ph\]](#).
- [25] N. Yamatsu, “Gauge Coupling Unification in Gauge-Higgs Grand Unification,” *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2016** (2016) 043B02, [arXiv:1512.05559 \[hep-ph\]](#).
- [26] A. Furui, Y. Hosotani, and N. Yamatsu, “Toward Realistic Gauge-Higgs Grand Unification,” *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2016** (2016) 093B01, [arXiv:1606.07222 \[hep-ph\]](#).
- [27] Y. Hosotani and N. Yamatsu, “Gauge-Higgs Seesaw Mechanism in 6-Dimensional Grand Unification,” *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2017** no. 9, (2017) 091B01, [arXiv:1706.03503 \[hep-ph\]](#).
- [28] Y. Hosotani and N. Yamatsu, “Electroweak Symmetry Breaking and Mass Spectra in Six-Dimensional Gauge-Higgs Grand Unification,” *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2018** no. 2, (2018) 023B05, [arXiv:1710.04811 \[hep-ph\]](#).
- [29] C. Englert, D. J. Miller, and D. D. Smaranda, “Phenomenology of GUT-Inspired

- Gauge-Higgs Unification,” Phys. Lett. B **802** (2020) 135261, arXiv:1911.05527 [hep-ph].
- [30] C. Englert, D. J. Miller, and D. D. Smaranda, “The Weinberg Angle and 5D RGE Effects in a SO(11) GUT Theory,” Phys. Lett. B **807** (2020) 135548, arXiv:2003.05743 [hep-ph].
- [31] T. Nomura and J. Sato, “Standard(-like) Model from an $SO(12)$ Grand Unified Theory in Six-Dimensions with S_2 Extra-Space,” Nucl. Phys. B **811** (2009) 109–122, arXiv:0810.0898 [hep-ph].
- [32] C.-W. Chiang, T. Nomura, and J. Sato, “Gauge-Higgs Unification Models in Six Dimensions with S^2/Z_2 Extra Space and GUT Gauge Symmetry,” Adv. High Energy Phys. **2012** (2012) 260848, arXiv:1109.5835 [hep-ph].
- [33] J. C. Pati, A. Salam, and J. Strathdee, “Probings Through Proton Decay and $n\bar{n}$ Oscillations,” Nucl. Phys. B **185** (1981) 445–472.
- [34] J. C. Pati, A. Salam, and J. Strathdee, “Can SU(16) be Ruled out by Low-Energy Experiments?,” Phys. Lett. B **108** (1982) 121–126.
- [35] N. Yamatsu, “Special Grand Unification,” Prog. Theor. Exp. Phys. **2017** no. 6, (2017) 061B01, arXiv:1704.08827 [hep-ph].

- [36] R. M. Fonseca, “On the Chirality of the SM and the Fermion Content of GUTs,” Nucl. Phys. **B897** (2015) 757–780, arXiv:1504.03695 [hep-ph].
- [37] N. Yamatsu, “Family Unification in Special Grand Unification,” Prog. Theor. Exp. Phys. **2018** no. 9, (2018) 091B01, arXiv:1807.10855 [hep-ph].
- [38] A. Ekstedt, R. M. Fonseca, and M. Malinský, “Flavorgenesis,” arXiv:2009.03909 [hep-ph].
- [39] Y. Hosotani, “Dynamical Mass Generation by Compact Extra Dimensions,” Phys.Lett. **B126** (1983) 309.
- [40] Y. Hosotani, “Dynamics of Nonintegrable Phases and Gauge Symmetry Breaking,” Annals Phys. **190** (1989) 233.
- [41] A. T. Davies and A. McLachlan, “Gauge Group Breaking By Wilson Loops,” Phys. Lett. **B200** (1988) 305.
- [42] A. T. Davies and A. McLachlan, “Congruency Class Effects in the Hosotani Model,” Nucl. Phys. **B317** (1989) 237.
- [43] H. Hatanaka, T. Inami, and C. S. Lim, “The Gauge Hierarchy Problem and Higher Dimensional Gauge Theories,” Mod. Phys. Lett. **A13** (1998) 2601–2612, arXiv:hep-th/9805067.

- [44] H. Hatanaka, “Matter Representations and Gauge Symmetry Breaking via Compactified Space,” *Prog. Theor. Phys.* **102** (1999) 407–418, arXiv:hep-th/9905100 [hep-th].
- [45] C. S. Lim and N. Maru, “Calculable One-Loop Contributions to S and T Parameters in the Gauge-Higgs Unification,” *Phys. Rev. D* **75** (2007) 115011, arXiv:hep-ph/0703017.
- [46] Y. Adachi, C. S. Lim, and N. Maru, “Finite anomalous magnetic moment in the gauge-Higgs unification,” *Phys. Rev. D* **76** (2007) 075009, arXiv:0707.1735 [hep-ph].
- [47] C. S. Lim, N. Maru, and K. Nishiwaki, “CP Violation due to Compactification,” *Phys. Rev. D* **81** (2010) 076006, arXiv:0910.2314 [hep-ph].
- [48] M. Kakizaki and S. Suzuki, “Higgs potential in gauge-Higgs unification with a flat extra dimension,” *Phys. Lett. B* **822** (2021) 136637, arXiv:2107.13445 [hep-ph].
- [49] K. Agashe, R. Contino, and A. Pomarol, “The Minimal Composite Higgs Model,” *Nucl. Phys.* **B719** (2005) 165–187, arXiv:hep-ph/0412089 [hep-ph].
- [50] Y. Hosotani and Y. Sakamura, “Anomalous Higgs Couplings in the $SO(5) \times U(1)_{B-L}$ Gauge-Higgs Unification in Warped Spacetime,” *Prog. Theor. Phys.* **118** (2007) 935–968, arXiv:hep-ph/0703212.
- [51] Y. Hosotani, K. Oda, T. Ohnuma, and Y. Sakamura, “Dynamical Electroweak Symmetry

- Breaking in $SO(5) \times U(1)$ Gauge-Higgs Unification with Top and Bottom Quarks,”
Phys.Rev. **D78** (2008) 096002, arXiv:0806.0480 [hep-ph].
- [52] Y. Hosotani, S. Noda, and N. Uekusa, “The Electroweak Gauge Couplings in
 $SO(5) \times U(1)$ Gauge-Higgs Unification,” Prog. Theor. Phys. **123** (2010) 757–790,
arXiv:0912.1173 [hep-ph].
- [53] S. Funatsu, H. Hatanaka, Y. Hosotani, Y. Orikasa, and T. Shimotani, “Novel Universality
and Higgs Decay $H \rightarrow \gamma\gamma, gg$ in the $SO(5) \times U(1)$ Gauge-Higgs Unification,” Phys. Lett.
B722 (2013) 94–99, arXiv:1301.1744 [hep-ph].
- [54] S. Funatsu, H. Hatanaka, Y. Hosotani, Y. Orikasa, and T. Shimotani, “LHC Signals of the
 $SO(5) \times U(1)$ Gauge-Higgs Unification,” Phys. Rev. **D89** no. 9, (2014) 095019,
arXiv:1404.2748 [hep-ph].
- [55] S. Funatsu, H. Hatanaka, Y. Hosotani, Y. Orikasa, and T. Shimotani, “Dark Matter in the
 $SO(5) \times U(1)$ Gauge-Higgs Unification,” PTEP **2014** (2014) 113B01,
arXiv:1407.3574 [hep-ph].
- [56] S. Funatsu, H. Hatanaka, and Y. Hosotani, “ $H \rightarrow Z\gamma$ in the Gauge-Higgs Unification,”
Phys. Rev. **D92** (2015) 115003, arXiv:1510.06550 [hep-ph].
- [57] S. Funatsu, H. Hatanaka, Y. Hosotani, and Y. Orikasa, “Collider Signals of W' and Z'

- Bosons in the Gauge-Higgs Unification,” Phys. Rev. D **95** no. 3, (2017) 035032, arXiv:1612.03378 [hep-ph].
- [58] S. Funatsu, H. Hatanaka, Y. Hosotani, and Y. Orikasa, “Distinct Signals of the Gauge-Higgs Unification in e^+e^- Collider Experiments,” Phys. Lett. **B775** (2017) 297–302, arXiv:1705.05282 [hep-ph].
- [59] S. Funatsu, H. Hatanaka, Y. Hosotani, Y. Orikasa, and N. Yamatsu, “GUT Inspired $SO(5) \times U(1) \times SU(3)$ Gauge-Higgs Unification,” Phys. Rev. D **99** (2019) 095010, arXiv:1902.01603 [hep-ph].
- [60] S. Funatsu, H. Hatanaka, Y. Hosotani, Y. Orikasa, and N. Yamatsu, “CKM Matrix and FCNC Suppression in $SO(5) \times U(1) \times SU(3)$ Gauge-Higgs Unification,” Phys. Rev. D **101** (2020) 055016, arXiv:1909.00190 [hep-ph].
- [61] S. Funatsu, H. Hatanaka, Y. Hosotani, Y. Orikasa, and N. Yamatsu, “Effective Potential and Universality in GUT-Inspired Gauge-Higgs Unification,” Phys. Rev. D **102** (2020) 015005, arXiv:2002.09262 [hep-ph].
- [62] S. Funatsu, H. Hatanaka, Y. Hosotani, Y. Orikasa, and N. Yamatsu, “Fermion Pair Production at e^-e^+ Linear Collider Experiments in GUT Inspired Gauge-Higgs Unification,” Phys. Rev. D **102** (2020) 015029, arXiv:2006.02157 [hep-ph].

- [63] S. Funatsu, H. Hatanaka, Y. Hosotani, Y. Orikasa, and N. Yamatsu, “Electroweak and Left-Right Phase Transitions in $SO(5) \times U(1) \times SU(3)$ Gauge-Higgs Unification,” arXiv:2104.02870 [hep-ph].
- [64] L. J. Hall, Y. Nomura, and D. Tucker-Smith, “Gauge Higgs unification in higher dimensions,” Nucl. Phys. B **639** (2002) 307–330, arXiv:hep-ph/0107331.
- [65] R. Feger, T. W. Kephart, and R. J. Saskowski, “LieART 2.0 – A Mathematica Application for Lie Algebras and Representation Theory,” Comput. Phys. Commun. **257** (2020) 107490, arXiv:1912.10969 [hep-th].
- [66] K. Fujii et al., “Physics Case for the 250 GeV Stage of the International Linear Collider,” arXiv:1710.07621 [hep-ex].
- [67] P. Bambade et al., “The International Linear Collider: A Global Project,” arXiv:1903.01629 [hep-ex].
- [68] S. Funatsu, “Forward-Backward Asymmetry in the Gauge-Higgs Unification at the International Linear Collider,” Eur. Phys. J. **C79** no. 10, (2019) 854, arXiv:1905.10007 [hep-ph].
- [69] S. Funatsu, H. Hatanaka, Y. Hosotani, Y. Orikasa, and N. Yamatsu, “Signals of W' and Z'

- Bosons at the LHC in the $SU(3) \times SO(5) \times U(1)$ Gauge-Higgs Unification,”
arXiv:211x.xxxxx [hep-ph].
- [70] J. Yoon and M. E. Peskin, “Dissection of an $SO(5) \times U(1)$ Gauge-Higgs Unification Model,” Phys. Rev. **D100** no. 1, (2019) 015001, arXiv:1810.12352 [hep-ph].
- [71] J. Yoon and M. E. Peskin, “Fermion Pair Production in $SO(5) \times U(1)$ Gauge-Higgs Unification Models,” arXiv:1811.07877 [hep-ph].
- [72] F. Richard, “Bhabha Scattering at ILC250,” arXiv:1804.02846 [hep-ex].
- [73] A. Irlles, R. Pöschl, and F. Richard, “Production and Measurement of $e^+e^- \rightarrow c\bar{c}$ Signatures at the 250 GeV ILC,” in International Workshop on Future Linear Colliders (LCWS 2019), Japan. 2019. arXiv:2002.05805 [hep-ex].
- [74] S. Funatsu, H. Hatanaka, Y. Hosotani, Y. Orikasa, and N. Yamatsu, “Bhabha Scattering in the Gauge-Higgs Unification,” arXiv:211x.xxxxx [hep-ph].
- [75] **ATLAS** Collaboration, G. Aad et al., “Search for High-Mass Dilepton Resonances Using 139 fb^{-1} of pp Collision Data Collected at $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$ with the ATLAS Detector,” Phys. Lett. B **796** (2019) 68–87, arXiv:1903.06248 [hep-ex].
- [76] **ATLAS** Collaboration, G. Aad et al., “Search for new non-resonant phenomena in

high-mass dilepton final states with the ATLAS detector,” JHEP **11** (2020) 005, arXiv:2006.12946 [hep-ex]. [Erratum: JHEP 04, 142 (2021)].

- [77] **ATLAS** Collaboration, G. Aad et al., “Search for a heavy charged boson in events with a charged lepton and missing transverse momentum from pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector,” Phys. Rev. D **100** no. 5, (2019) 052013, arXiv:1906.05609 [hep-ex].
- [78] **ATLAS** Collaboration, G. Aad et al., “Search for new resonances in mass distributions of jet pairs using 139 fb^{-1} of pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector,” JHEP **03** (2020) 145, arXiv:1910.08447 [hep-ex].
- [79] **CMS** Collaboration, A. M. Sirunyan et al., “Search for resonant and nonresonant new phenomena in high-mass dilepton final states at $\sqrt{s} = 13$ TeV,” JHEP **07** (2021) 208, arXiv:2103.02708 [hep-ex].
- [80] **CMS** Collaboration, A. M. Sirunyan et al., “Search for high mass dijet resonances with a new background prediction method in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV,” JHEP **05** (2020) 033, arXiv:1911.03947 [hep-ex].
- [81] A. Blondel, B. W. Lynn, F. M. Renard, and C. Verzegnassi, “Precision Measurements of

- Final State Weak Coupling From Polarized Electron - Positron Annihilation,” Nucl. Phys. **B304** (1988) 438–450.
- [82] D. C. Kennedy, B. W. Lynn, C. J. C. Im, and R. G. Stuart, “Electroweak Cross-Sections and Asymmetries at the Z^0 ,” Nucl. Phys. **B321** (1989) 83–107.
- [83] **SLD** Collaboration, K. Abe et al., “Measurement of A_b and A_c from the Left-Right Forward-Backward Asymmetry of Leptons in Hadronic Events at the Z^0 Resonance,” Phys. Rev. Lett. **74** (1995) 2895–2899.
- [84] **SLD** Collaboration, K. Abe et al., “Measurement of A_b from the Left-Right Forward-Backward Asymmetry of b Quark Production in Z^0 Decays Using a Momentum-Weighted Track-Charge Technique,” Phys. Rev. Lett. **74** (1995) 2890–2894.
- [85] **SLD** Collaboration, K. Abe et al., “Measurement of the Left-Right Forward-Backward Asymmetry for Charm Quarks with D^{*+} and D^+ Mesons,” Phys. Rev. Lett. **75** (1995) 3609–3613.
- [86] B. Schrempp, F. Schrempp, N. Wermes, and D. Zeppenfeld, “Bounds on New Contact Interactions From Future e^+e^- Colliders,” Nucl. Phys. **B296** (1988) 1–25.