2021年 11月 7日 素粒子現象論研究会 @ 大阪市立大学

ミューオニウム-反ミューオニウム転換で探る新物理

T. Fukuyama, Y. Mimura, & Y. Uesaka, arXiv:2108.10736.

目次

上坂 優一

九州産業大学

レプトンフレーバー非保存過程

- 反応の前後で レプトンフレーバー が保存しない過程 ＝ LFV 過程

  ⇨ **<u>荷電レプトンにおける LFV ＝ CLFV (cLFV)</u>**

- 標準模型 (SM) の枠組みで レプトンフレーバーは 保存量

allowed

$$\mu^- \to e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$$

$$\pi^- \to \mu^- \bar{\nu}_\mu$$

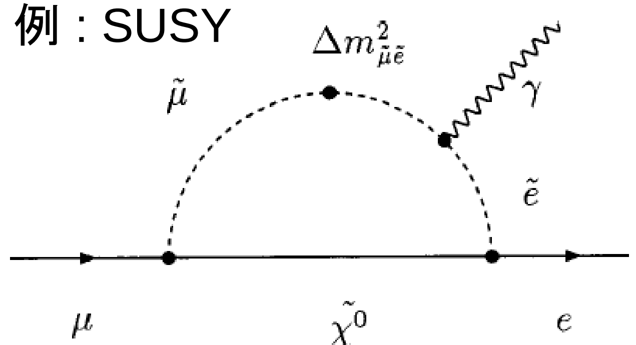
forbidden (CLFV)

$$\mu^- \to e^- \gamma$$

$$\mu^- \to e^- e^+ e^-$$

- 多くの “SMを超える模型” が CLFV を予言

例 : SUSY



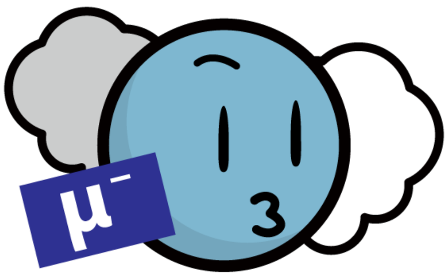
- (ニュートリノ混合の寄与は小)

予想される崩壊分岐比

$$\mathrm{Br}(\mu \to e\gamma) < 10^{-54}$$

- “世代” の発見以降 様々なCLFVモードが探索 (いずれも未発見)

ミューオン稀崩壊



大量に生成可能 (1秒間に~ 10^9個)
長寿命で扱いやすい

➢ 現状の制限

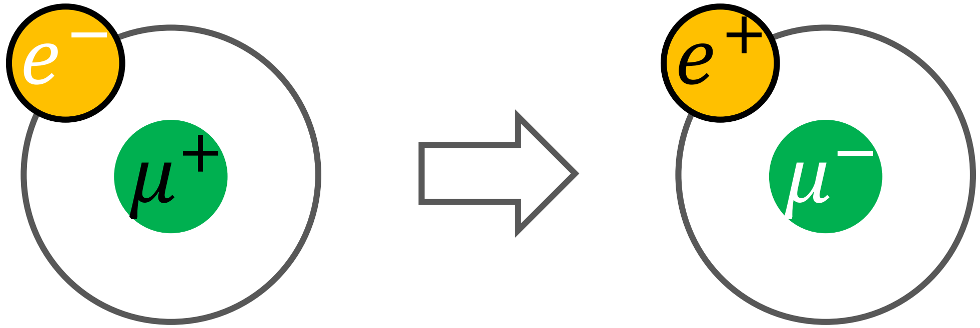
L. Calibbi & G. Signorelli, Riv. Nuovo Cim. **41**, 1 (2018).

Reaction	Present limit	C.L.	Experiment	Year
$\mu^+ \to e^+\gamma$	$< 4.2 \times 10^{-13}$	90%	MEG at PSI	2016
$\mu^+ \to e^+e^-e^+$	$< 1.0 \times 10^{-12}$	90%	SINDRUM	1988
$\mu^-\mathrm{Ti} \to e^-\mathrm{Ti}$	$< 6.1 \times 10^{-13}$	90%	SINDRUM II	1998
$\mu^-\mathrm{Pb} \to e^-\mathrm{Pb}$	$< 4.6 \times 10^{-11}$	90%	SINDRUM II	1996
$\mu^-\mathrm{Au} \to e^-\mathrm{Au}$	$< 7.0 \times 10^{-13}$	90%	SINDRUM II	2006

- $\Delta L_\mu = -\Delta L_e = \pm 1$ でレプトンフレーバーを破る(LFV)過程

⇨ 新物理によるフレーバーの破れの単位が **1** である場合に有効な探索

Muonium(Mu)-to-Antimuonium($\overline{\mathrm{Mu}}$) 転換



Mu : $\mu^+ e^-$ $\overline{\mathbf{Mu}}$: $\mu^- e^+$

- $\Delta L_\mu = -\Delta L_e = 2$ でレプトンフレーバーを破る(LFV)過程

  $\Delta L_\mu = -\Delta L_e = \pm 1$ のLFVは $\mu \to e\gamma$, $\mu \to 3e$ などで厳しく制限

  新粒子がフレーバー数を 2つ 運ぶ場合には Mu-to-$\overline{\mathrm{Mu}}$ が優勢
- 純粋なレプトン系 (ハドロンによる不定性なし)
- J-PARC (日本、N.Kawamura *et al.*, JPS Conf. Proc. 33, 011120 (2021)) および CSNS (中国、MACE collab.) で将来実験が計画

  $P < 8.3 \times 10^{-11}$ (PSI) ⇨ $\mathcal{O}(10^{-14})$ (CSNS)

有効相互作用

$$-\mathcal{L}_{\mathrm{Mu}-\overline{\mathrm{Mu}}} = \sum_i \frac{G_i}{\sqrt{2}} Q_i$$

G_i : 結合定数

$$Q_1 = [\bar{\mu}\gamma_\alpha(1-\gamma_5)e][\bar{\mu}\gamma^\alpha(1-\gamma_5)e]$$ LL vector

$$Q_2 = [\bar{\mu}\gamma_\alpha(1+\gamma_5)e][\bar{\mu}\gamma^\alpha(1+\gamma_5)e]$$ RR vector

$$Q_3 = [\bar{\mu}\gamma_\alpha(1-\gamma_5)e][\bar{\mu}\gamma^\alpha(1+\gamma_5)e]$$ LR vector

$$Q_4 = [\bar{\mu}(1-\gamma_5)e][\bar{\mu}(1-\gamma_5)e]$$ LL scalar

$$Q_5 = [\bar{\mu}(1+\gamma_5)e][\bar{\mu}(1+\gamma_5)e]$$ RR scalar

※ 4-Fermi型の演算子はこれで全て (∵ Fierz 恒等式)

参考 : R. Conlin & A. A. Petrov, PRD**102**, 095001 (2020).

Mu-to-$\overline{\text{Mu}}$ 転換

参考 : K-$\overline{\text{K}}$ 混合

$$|\psi(t)\rangle = \alpha(t)|\text{Mu}\rangle + \beta(t)\left|\overline{\text{Mu}}\right\rangle$$

$$i\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\mathcal{M}_{11} & \mathcal{M}_{12}\\ \mathcal{M}_{21} & \mathcal{M}_{11}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}$$

新物理による混合

$$\mathcal{M}_{ij} = M_{ij} - i\Gamma_{ij}/2$$

$$M = M^\dagger, \Gamma = \Gamma^\dagger$$

⇩

転換確率 $P\left(\text{Mu} \to \overline{\text{Mu}}\right) \simeq 2\tau^2|\mathcal{M}|^2$

τ : muon lifetime ≃ 2.2 μs

$$\mathcal{M} \equiv \sqrt{\mathcal{M}_{12}\mathcal{M}_{21}}$$

ミューオニウムの状態4つ

- ミューオニウムは 電子とミューオンのスピンの組み方により4つの状態が微細構造として存在

$$\mathrm{Mu}(F, m)$$

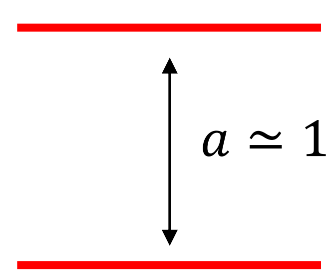
角運動量の大きさ

角運動量の z 成分

$$(F, m) = \begin{cases} \left.\begin{matrix}(1, +1) \\ (1,0) \\ (1, -1)\end{matrix}\right\} & \text{triplet (ortho)} \\ (0,0) & \text{singlet (para)} \end{cases}$$

$$E(\mathrm{Mu}; 1,0) = E(\mathrm{Mu}; 1, \pm 1) = E_0 + \frac{a}{4}$$

$$E(\mathrm{Mu}; 0,0) = E_0 - \frac{3}{4} a$$



$a \simeq 1.846 \times 10^{-5}$ eV

➢ Mu-to-$\overline{\text{Mu}}$ 転換確率は ミューオニウムの状態に依存

For the triplet ($F = 1$) states,

$$\mathcal{M}_{1,0} = \mathcal{M}_{1,\pm 1} = \frac{8|\varphi(0)|^2}{\sqrt{2}}\left(G_1 + G_2 + \frac{1}{2}G_3 - \frac{1}{4}G_4 - \frac{1}{4}G_5\right)$$

For the singlet ($F = 0$) state,

$$\mathcal{M}_{0,0} = \frac{8|\varphi(0)|^2}{\sqrt{2}}\left(G_1 + G_2 - \frac{3}{2}G_3 - \frac{1}{4}G_4 - \frac{1}{4}G_5\right)$$

$$\varphi(0) = \sqrt{\frac{(m_{\mathrm{red}}\alpha)^3}{\pi}}$$

➢ 転換確率は **磁場**に依存 (実用上 重要)

⇩

① $\mathrm{Mu}(1, \pm 1)$ と $\overline{\mathrm{Mu}}(1, \pm 1)$ のエネルギー差がnonzero

② $\mathrm{Mu}(1,0)$ と $\mathrm{Mu}(0,0)$ が混合

K.Horikawa & K.Sasaki, PRD53, 560 (1996); W.S.Hou & G.G.Wong. PLB357, 145 (1995).

① $\mathrm{Mu}(1,\pm1)$ と $\overline{\mathrm{Mu}}(1,\pm1)$ のエネルギー差がnonzero

Mu と $\overline{\mathrm{Mu}}$ のエネルギー差 ΔE を考慮した際の転換確率

$$P\left(\mathrm{Mu}(1,\pm1) \to \overline{\mathrm{Mu}}\right) = \frac{2\tau^2 \left|\mathcal{M}_{1,\pm1}\right|^2}{1 + (\tau\Delta E)^2}$$

$$\tau\Delta E = 3.8 \times 10^5 \times \frac{B}{\mathrm{Tesla}}$$

∴ μT 以上の磁場で $m = \pm1$ の寄与は 抑制

cf. 地磁気 30-60 μT

② Mu(1,0) と Mu(0,0) が混合

磁場中における $m = 0$ 状態の遷移振幅

$$\mathcal{M}^B_{0,0} \simeq \frac{1}{2}\left(\mathcal{M}_{0,0} - \mathcal{M}_{1,0} + \frac{\mathcal{M}_{0,0} + \mathcal{M}_{1,0}}{\sqrt{1+X^2}}\right)$$

$$\mathcal{M}^B_{1,0} \simeq \frac{1}{2}\left(-\mathcal{M}_{0,0} + \mathcal{M}_{1,0} + \frac{\mathcal{M}_{0,0} + \mathcal{M}_{1,0}}{\sqrt{1+X^2}}\right)$$

$$X = \frac{\mu_B B}{a}\left(g_e + \frac{m_e}{m_\mu} g_\mu\right) \simeq 6.31 \frac{B}{\mathrm{Tesla}}$$

磁場中の転換確率

$$P = 2\tau^2\left(\left|c_{0,0}\right|^2\left|\mathcal{M}^B_{0,0}\right|^2 + \left|c_{1,0}\right|^2\left|\mathcal{M}^B_{1,0}\right|^2 + \sum_{m=\pm 1}\left|c_{1,m}\right|^2 \frac{\left|\mathcal{M}_{1,\pm 1}\right|^2}{1+(\tau\Delta E)^2}\right)$$

$\left|c_{F,m}\right|^2$: 始状態の存在比

現状の制限 (PSI)

磁場 $B = 0.1$ Tesla のもと

$$P < 8.3 \times 10^{-11}$$

L. Willmann *et al.*, PRL**82**, 49 (1999).

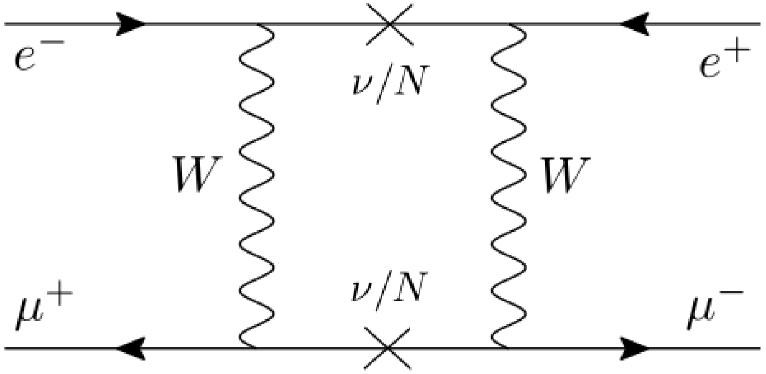
(磁場の影響も考慮)

参考： K. Horikawa & K. Sasaki, PRD**53**, 560 (1996),
W. S. Hou & G. G. Wong, PLB**357**, 145 (1995).

$$|G_i| \lesssim 3.0 \times 10^{-3} G_F$$

Mu-to-$\overline{\text{Mu}}$ 転換を起こす新粒子分類 4つ

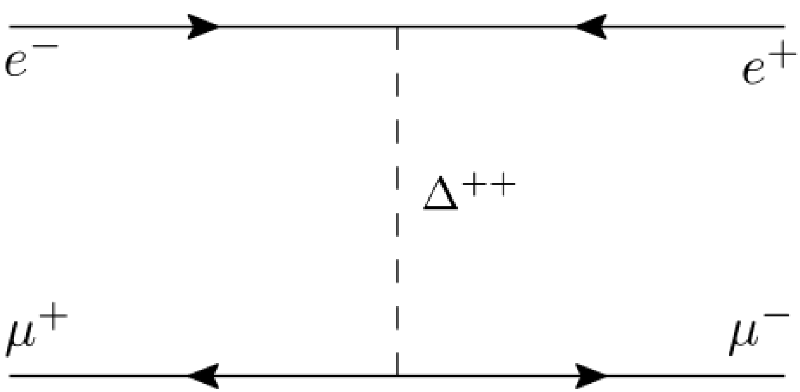
1. $\Delta L_e = \Delta L_\mu = 0$



- SM singlet の質量項が

  レプトン数を破る
- loop
- Majorana ν 質量など

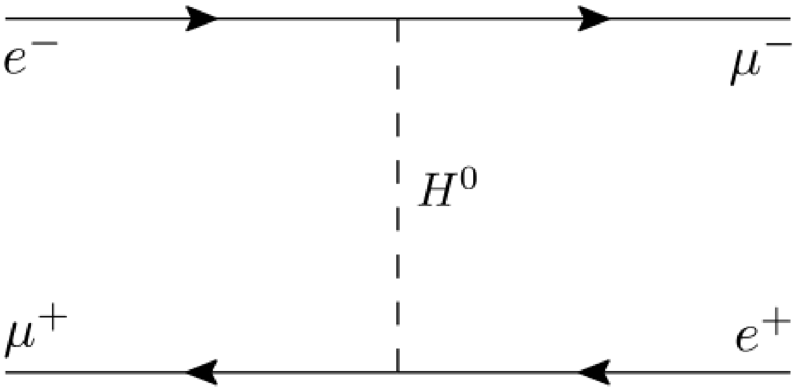
2. $(\Delta L_e, \Delta L_\mu) = (\pm 2, 0), (0, \pm 2)$



- レプトン数が破れている必要なし
- doubly-charged mediator
- tree

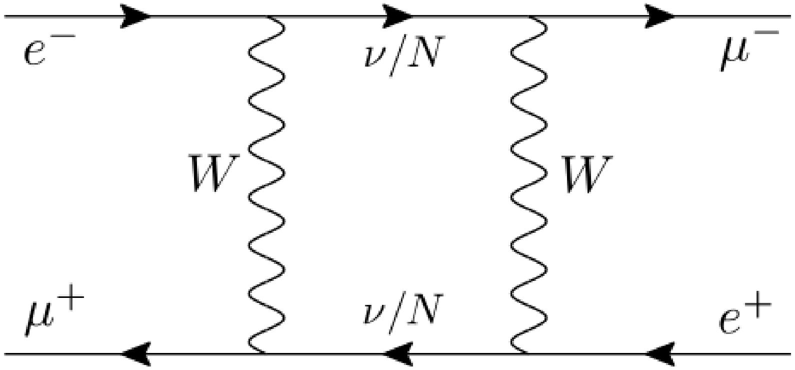
3. $\Delta L_e = -\Delta L_\mu = \pm 1$

- レプトン数が破れている必要なし
- neutral mediator
- tree

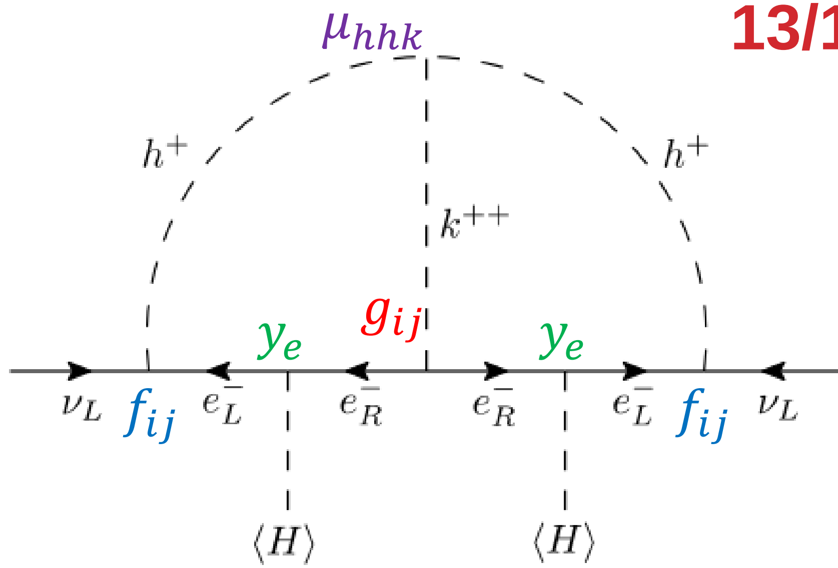


4. $\left(\Delta L_e, \Delta L_\mu\right) = (\pm 1,0), (0, \pm 1)$

- loop
- 模型によらず
  $\mu \to e\gamma$ や $\mu \to 3e$ の制限が厳しい



例：Zee-Babu 模型



radiative neutrino 模型の一つ

two-loop で neutrino質量を生成

$$-\mathcal{L} \supset \left(f_{ij} \overline{\ell_i^c} \cdot \ell_j h^+ + g_{ij} \overline{e_i} e_j^c k^{--} + \mu_{hhk} h^+ h^+ k^{--} + h.c. \right)$$
$$+ m_h^2 h^- h^+ + m_k^2 k^{--} k^{++}$$

f : anti-symmetric for i, j　　g : symmetric for i, j

$$M_\nu = \frac{1}{M_0} f M_e g M_e f^T \qquad \frac{1}{M_0} = \frac{\mu_{hhk}}{48\pi^2 \max(m_h^2, m_k^2)} \tilde{I}$$

$$M_e = \mathrm{diag}(m_e, m_\mu, m_\tau)$$

rank-2 ($m_{\text{lightest}} = 0$)　∵ f は flavor について反対称

Normal ordering の場合 $M_\nu = U^* \mathrm{diag}(0, m_2, m_3) U^\dagger$

$$= m_2 u_2^* u_2^\dagger + m_3 u_3^* u_3^\dagger$$

$U = (u_1, u_2, u_3)$: PMNS行列

where

$$u_1 = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} \\ -s_{12}c_{23} - e^{i\delta}c_{12}s_{13}s_{23} \\ s_{12}s_{23} - e^{i\delta}c_{12}s_{13}c_{23} \end{pmatrix}, \quad u_2 = \begin{pmatrix} s_{12}c_{13} \\ c_{12}c_{23} - e^{i\delta}s_{12}s_{13}s_{23} \\ -c_{12}s_{23} - e^{i\delta}s_{12}s_{13}c_{23} \end{pmatrix}, \quad u_3 = \begin{pmatrix} e^{-i\delta}s_{13} \\ c_{13}s_{23} \\ c_{13}c_{23} \end{pmatrix}$$

⇩ ニュートリノ質量再現のため g の構造が(いくらか)決まる

$$M_\nu = \frac{1}{M_0} f M_e g M_e f^T \qquad f = f_0 \begin{pmatrix} 0 & U_{\tau 1} & -U_{\mu 1} \\ -U_{\tau 1} & 0 & U_{e1} \\ U_{\mu 1} & -U_{e1} & 0 \end{pmatrix}$$

f_0 : 比例係数

$$\frac{f_0^2}{M_0} M_e g M_e = m_2\, u_3 u_3^T + m_3\, u_2 u_2^T + a_1 u_1 u_1^T + a_2 (u_1 u_2^T + u_2 u_1^T) + a_3 (u_1 u_3^T + u_3 u_1^T)$$

a_1, a_2, a_3 : フリーパラメータ

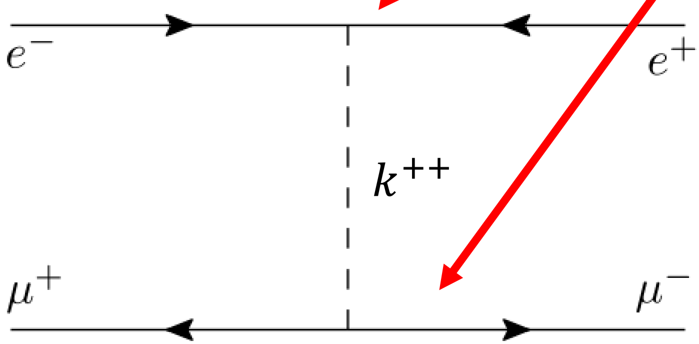
$-\mathcal{L} \supset g_{ij}\overline{e_i}e_j^c k^{--}$

$$g = \begin{pmatrix} \boxed{g_{ee}} & \boxed{g_{e\mu}} & \boxed{g_{e\tau}} \\ g_{e\mu} & \boxed{g_{\mu\mu}} & \boxed{g_{\mu\tau}} \\ g_{e\tau} & g_{\mu\tau} & g_{\tau\tau} \end{pmatrix}$$

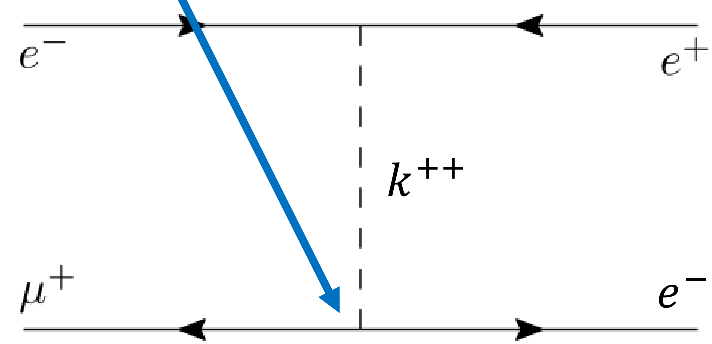
$\tau^- \to e^+\ell\ell'$

$\tau^- \to \mu^+\ell\ell'$

Mu-to-$\overline{\text{Mu}}$ 転換



$\mu \to 3e$



フリーパラメータ a_1, a_2, a_3 を 以下のように定めて解析

- a_1, a_2, a_3 の自由度のうち1つを使って g_{ee} を調整

  ($g_{ee}m_e^2 \sim g_{\mu\mu}m_\mu^2$ より g_{ee} は 1 を超えがち)

- 残りの自由度2つを使って $g_{e\mu}$ と $g_{e\tau}$ を消去

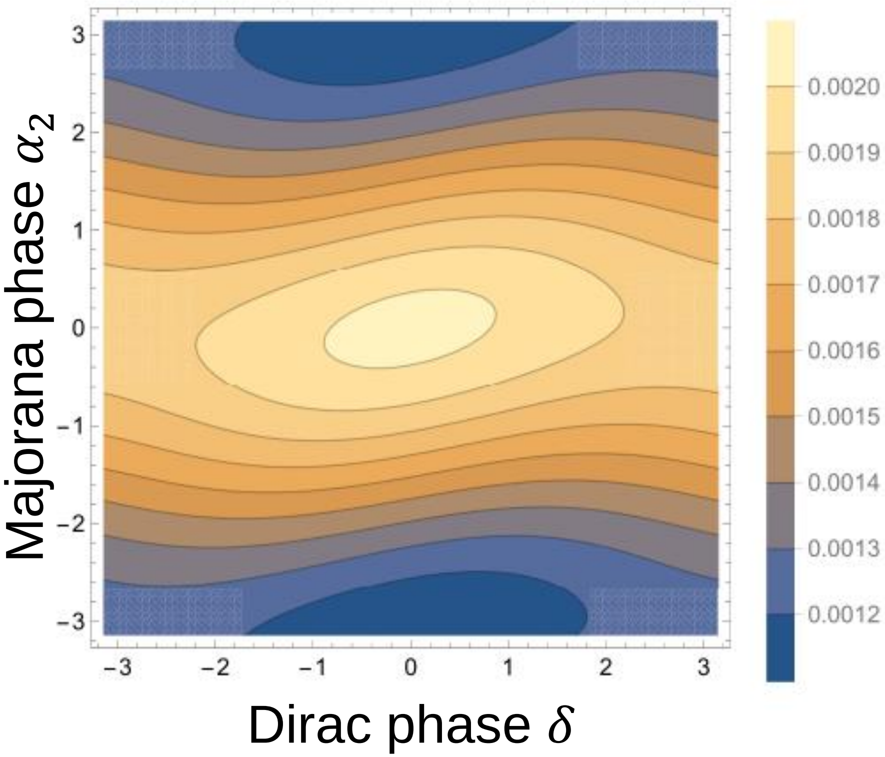
⇨ $g_{\mu\tau}$ は残るので $\tau^- \to \mu^+e^-e^-, \tau \to 3\mu$ を予言

$$g_{ee} = g_{\mu\mu}, g_{e\mu} = g_{e\tau} = 0$$

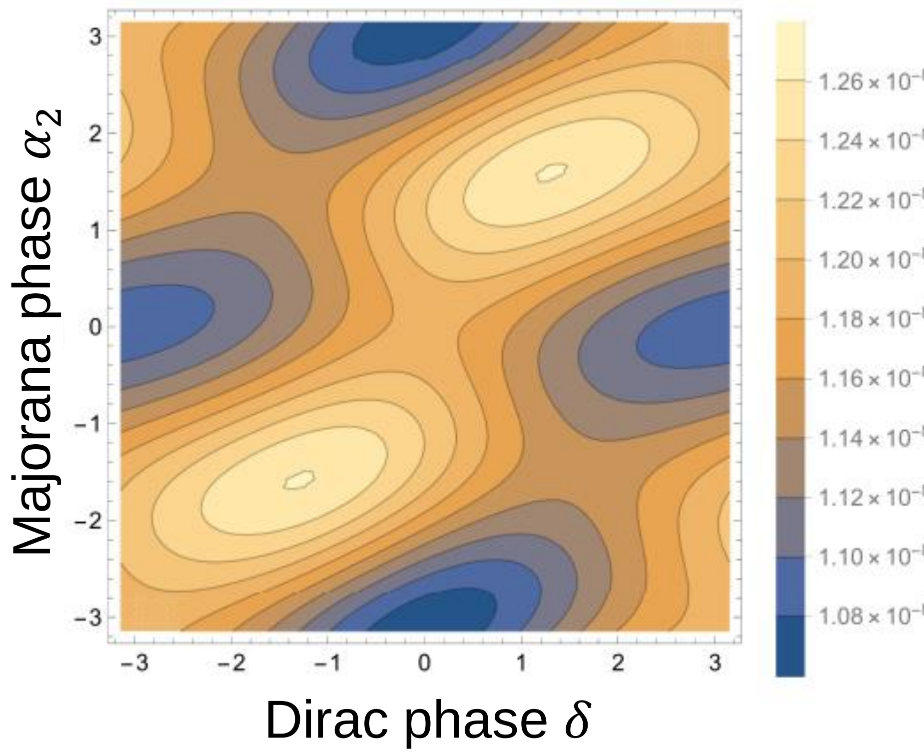
$$f_0^2 = 0.002, m_k = 1.2\ \mathrm{TeV}, \mathrm{M}_0/(48\pi^2) = 500\ \mathrm{GeV}$$

$$-\mathcal{L} \supset \frac{G_2}{\sqrt{2}}[\overline{\mu}\gamma_\alpha(1+\gamma_5)e][\overline{\mu}\gamma^\alpha(1+\gamma_5)e]$$

$|G_2|/G_F$



$\mathrm{Br}(\tau \to 3\mu) = \mathrm{Br}(\tau^- \to \mu^+ e^- e^-)$



$\Rightarrow \dfrac{G_2}{G_F} \sim \mathcal{O}(10^{-3})$

$\Rightarrow \mathrm{Br}(\tau \to 3\mu) \sim \mathcal{O}(10^{-8})$

まとめ

- $\mathrm{Mu\text{-}to\text{-}\overline{Mu}}$ 転換
  - ✓ $\Delta F=2$ の稀過程
  - ✓ 日本と中国で将来実験が計画
  - ✓ 素粒子模型のレプトン構造を調べるのに有用な probe
  - ✓ 今回 様々な模型に対し $\mathrm{Mu\text{-}to\text{-}\overline{Mu}}$ 転換がどれだけ有効か調査

    T. Fukuyama, Y. Mimura, & Y. Uesaka, arXiv:2108.10736.

- 例 : Zee-Babu 模型
  - ✓ radiative neutrino 模型のひとつ (two loop)
  - ✓ ニュートリノ質量を再現して 他のLFVの制限を満たしつつ

    $\mathrm{Mu\text{-}to\text{-}\overline{Mu}}$ 転換が現状の制限程度の大きさになり得る
  - ✓ $\mathrm{Mu\text{-}to\text{-}\overline{Mu}}$ 転換と共に τ 稀崩壊も大きくなるので 相互検証が面白い

Backup

Muonium HyperFine Splitting

(arXiv:nucl-ex/0210022)

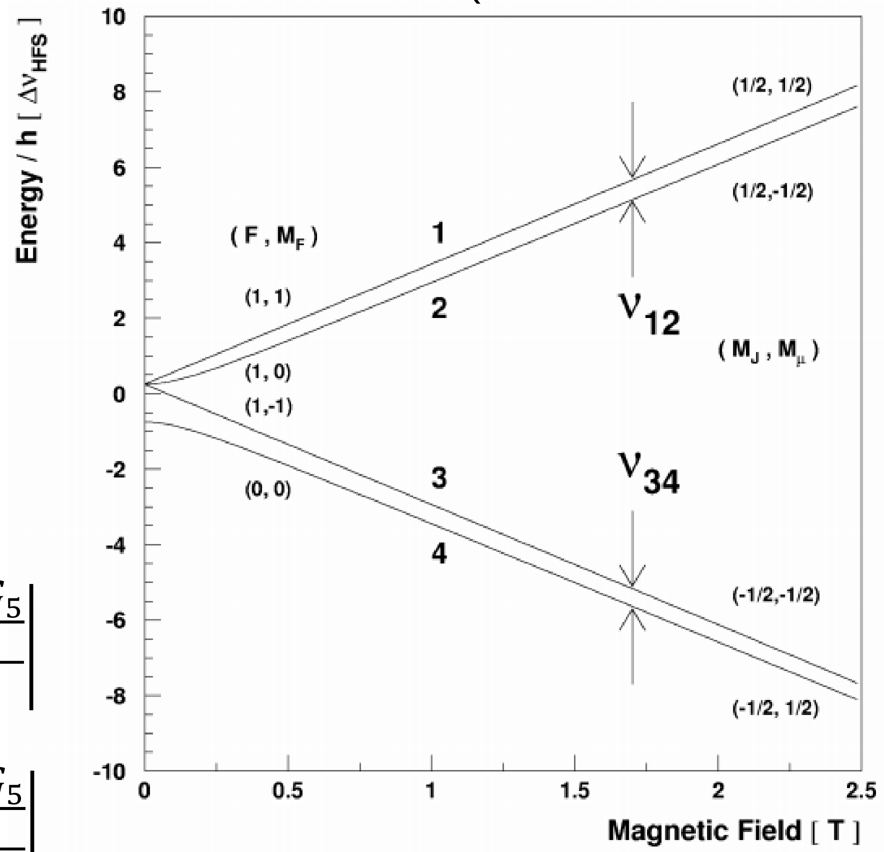
$$h\nu_{\mathrm{HFS}} = h\nu_{12} + h\nu_{34}$$

$$h\nu_{12} = \frac{a}{2}\left(1 + Y - \sqrt{1 + X^2}\right)$$

$$h\nu_{34} = \frac{a}{2}\left(1 - Y + \sqrt{1 + X^2}\right)$$

$$h\Delta\nu_{12} = \pm\frac{8m_{\mathrm{red}}^3\alpha^3}{\sqrt{2}\pi}\left|G_3 + \frac{G_1 + G_2 - \frac{G_3}{2} - \frac{G_4 + G_5}{4}}{\sqrt{1 + X^2}}\right|$$

$$h\Delta\nu_{34} = \pm\frac{8m_{\mathrm{red}}^3\alpha^3}{\sqrt{2}\pi}\left|G_3 - \frac{G_1 + G_2 - \frac{G_3}{2} - \frac{G_4 + G_5}{4}}{\sqrt{1 + X^2}}\right|$$



1 Hz 程度の精度で $B = 0$ と $B \neq 0$ における splitting を調べられれば Mu-Mubar との cross checkが可能

Zee-Babu 模型

Inverted ordering の場合

$$f = f_0 \begin{pmatrix} 0 & U_{\tau 3} & -U_{\mu 3} \\ -U_{\tau 3} & 0 & U_{e3} \\ U_{\mu 3} & -U_{e3} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{f_0^2}{M_0} M_e g M_e = m_1\, u_2 u_2^T + m_2\, u_1 u_1^T + a_1 (u_3 u_1^T + u_1 u_3^T) + a_2 (u_3 u_2^T + u_2 u_3^T) + a_3 u_3 u_3^T$$

U_{e3} の小ささゆえ neutrino質量再現のためには $g_{\mu\mu}$ は大きくしないといけない

⇨ g_{ee} は $g_{\mu\mu}$ と比べて小さくしないと Mu-$\overline{\mathrm{Mu}}$ が大きくなりすぎてしまう