

Unification of $L_{\mu} - L_{\tau}$ and the standard model gauge group

令和3年11月6日

佐藤丈 (横浜国立大学)

目次

- 1. 導入
- 2 . Coset Space Unification (Phys.Lett.B 430 (1998) 127-131)
- 3. Unification of L_{μ} - L_{τ} and the standard model gauge group
2106.01520
- 4. Summary

1. 導入

- 標準理論

よく出来ている。加速器実験は18のパラメタで全部説明。

- 現象論的な不備

ニュートリノ振動（ニュートリノ質量とレプトン混合） 暗黒物質 粒子優勢

$g_{\mu} - 2$ リチウム問題 Hubble-tension IceCube-Gap

- 理論的な不満

パラメタが多い 電荷の量子化 ゲージ群の種類 三世代

現代素粒子の標準理論

$SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ ゲージ相互作用

1st generation	Lepton		
	$\nu_{eR}^?$	$\nu_{\mu R}^?$	$\nu_{\tau R}^?$
	ν_{eL}	$\nu_{\mu L}$	$\nu_{\tau L}$
	e_R	μ_R	τ_R
	e_L	μ_L	τ_L
	Quark		
	$u_R^{r,g,b}$	$c_R^{r,g,b}$	$t_R^{r,g,b}$
	$u_L^{r,g,b}$	$c_L^{r,g,b}$	$t_L^{r,g,b}$
$d_R^{r,g,b}$	$s_R^{r,g,b}$	$b_R^{r,g,b}$	
$d_L^{r,g,b}$	$s_L^{r,g,b}$	$b_L^{r,g,b}$	

Higgs

標準理論では無いことになっている

加速器実験などは全部説明できる、が、

ニュートリノ振動 (質量)

暗黒物質

粒子優勢

ミューオン異常磁気能率! ?

などは説明できない。

説明+検証を

現象論的な問題

標準模型を拡張 = 粒子の追加 = 相互作用の追加

単純に粒子の追加

超対称性

新たなゲージ群 (追加とか大統一理論)

最近 $L_\mu - L_\tau$ 模型に興味

現代素粒子の標準理論

$$SU(3) \times SU(2) \times U(1) \longrightarrow SU(5), SO(10), E_6$$

1st generation	Lepton		
	$\nu_{eR}^?$	$\nu_{\mu R}^?$	$\nu_{\tau R}^?$
	ν_{eL}	$\nu_{\mu L}$	$\nu_{\tau L}$
	e_R	μ_R	τ_R
	e_L	μ_L	τ_L
	$u_R^{r,g,b}$	$c_R^{r,g,b}$	$t_R^{r,g,b}$
	$u_L^{r,g,b}$	$c_L^{r,g,b}$	$t_L^{r,g,b}$
	$d_R^{r,g,b}$	$s_R^{r,g,b}$	$b_R^{r,g,b}$
$d_L^{r,g,b}$	$s_L^{r,g,b}$	$b_L^{r,g,b}$	
	Quark		

粒子が多すぎる？三種類もの力？

大統一理論 一つの力、一世代に一つ/二つの粒子

なぜ「同じ粒子」が「三つ」？

さらなる統一？

SU(5)

$$10_1 = (u^c, \{u_L, d_L\}, e^c) \quad 5_1^* = (d^c, \{\nu_{Le}, e_L\}),$$

$$10_2 = (c^c, \{c_L, s_L\}, \mu^c) \quad 5_2^* = (s^c, \{\nu_{L\mu}, \mu_L\}),$$

$$10_3 = (t^c, \{t_L, b_L\}, \tau^c) \quad 5_3^* = (b^c, \{\nu_{L\tau}, \tau_L\}).$$

$$SO(10) 16 = 10 + 5^* + 1(\nu_R^c)$$

電荷の量子化は説明できる

理論的な不満

大統一理論によるゲージ群の単一化
電荷の量子化も

三世代？

世代対称性 (family symmetry)

$L_\mu - L_\tau$ も世代対称性？

$$E_7/SU(5) \times U(1)^3$$

に基づく Coset Space Unification

今年のこの研究会で

溝口さん「 $\mu - \tau$ も含めて統一しないの？」

2. Coset Space Unification

(Phys.Lett.B 430 (1998) 127-131)とその周辺

- Supersymmetric Nonlinear Realization

ボソンとフェルミオン。

$$E_7/SU(5) \times U(1)^3$$

- 三世代のE7orSU(5)大統一理論

背後にE7があるとしたSU(5)大統一理論と見なせる。

三世代のフェルミオン(Superfields。RH ν 含む)が存在。

現象論的にもそこそこ上手くいく。

Particle Content

Table 1

U(1) charges of the NG multiplets. The $U(1)_1$, $U(1)_2$ and $U(1)_3$ are the unbroken U(1)'s of coset-subspaces $E_7/E_6 \times U(1)$, $E_6/SO(10) \times U(1)$ and $SO(10)/SU(5) \times U(1)$, respectively

SU(5)	$U(1)_1$	$U(1)_2$	$U(1)_3$
$\mathbf{10}_1$	0	0	4
$\mathbf{10}_2$	0	3	-1
$\mathbf{10}_3$	2	-1	-1
$\mathbf{5}_1^*$	0	3	3
$\mathbf{5}_2^*$	2	-1	3
$\mathbf{5}_3^*$	2	2	-2
$\mathbf{1}_1$	0	3	-5
$\mathbf{1}_2$	2	-1	-5
$\mathbf{1}_3$	2	-4	0
$\mathbf{5}$	2	2	2

$$E_7 \xrightarrow{\epsilon_0} E_6 \xrightarrow{\epsilon_1} SO(10) \xrightarrow{\epsilon_2} SU(5)$$

NonLinear Realization

九後さんの下巻参照

対称性 $G \rightarrow H$ に対し Nambu-Goldstone モードは G/H の商空間に住む粒子として現れる

例 $SU(2)_L * SU(2)_R (= G)$ 対称な理論が $SU(2)_{V(=L+R)} (= H)$ に破れる chiral 対称性の破れ

商空間は H の 3 表現 = パイ中間子

$G = SO(4)$, $H = SO(3)$ 、 $SO(4)/SO(3)$ は $SO(3)$ の 3 表現 = パイ中間子

超対称化すると商空間の「半分」が残る。「半分」の恣意性は高い

ボソンだけでなくフェルミオンも残る (超対称性)

NPB227 (1983) 503、PTP72(1984)313、PTP75(1986)386

Particle Content

Table 1

U(1) charges of the NG multiplets. The $U(1)_1$, $U(1)_2$ and $U(1)_3$ are the unbroken U(1)'s of coset-subspaces $E_7/E_6 \times U(1)$, $E_6/SO(10) \times U(1)$ and $SO(10)/SU(5) \times U(1)$, respectively

SU(5)	$U(1)_1$	$U(1)_2$	$U(1)_3$
$\mathbf{10}_1$	0	0	4
$\mathbf{10}_2$	0	3	-1
$\mathbf{10}_3$	2	-1	-1
$\mathbf{5}_1^*$	0	3	3
$\mathbf{5}_2^*$	2	-1	3
$\mathbf{5}_3^*$	2	2	-2
$\mathbf{1}_1$	0	3	-5
$\mathbf{1}_2$	2	-1	-5
$\mathbf{1}_3$	2	-4	0
$\mathbf{5}$	2	2	2

$$E_7 \supset E_6 \times U(1)_1$$

$$133 = 78(0) + 1(0) + \mathbf{27}(2) + \overline{\mathbf{27}}(-2)$$

半分残る

$$E_6 \supset SO(10) \times U(1)_2$$

$$78 = 45(0) + 1(0) + \mathbf{16}(3) + \overline{\mathbf{16}}(-3)$$

半分残る

$$27 = 16(-1) + 10(2) + 1(-4)$$

$$\mathbf{27} = \mathbf{10}_3 + \mathbf{5}_3^* + \mathbf{1}_2 + \mathbf{5} + \mathbf{5}_2^* + \mathbf{1}_3 \quad U(1)_1=2$$

$$\mathbf{16} = \mathbf{10}_2 + \mathbf{5}_1^* + \mathbf{1}_1 \quad U(1)_1=0, \quad U(1)_2=3$$

$$SO(10) \supset SU(5) \times U(1)_3$$

$$45 = 24(0) + 1(0) + \mathbf{10}(4) + \overline{\mathbf{10}}(-4)$$

半分残る

$$\mathbf{10} = \mathbf{10}_1 \quad U(1)_{1,2}=0, \quad U(1)_3=4$$

Particle Content

Table 1

U(1) charges of the NG multiplets. The $U(1)_1$, $U(1)_2$ and $U(1)_3$ are the unbroken U(1)'s of coset-subspaces $E_7/E_6 \times U(1)$, $E_6/SO(10) \times U(1)$ and $SO(10)/SU(5) \times U(1)$, respectively

SU(5)	$U(1)_1$	$U(1)_2$	$U(1)_3$
10_1	0	0	4
10_2	0	3	-1
10_3	2	-1	-1
5_1^*	0	3	3
5_2^*	2	-1	3
5_3^*	2	2	-2
1_1	0	3	-5
1_2	2	-1	-5
1_3	2	-4	0
5	2	2	2

解釈

Breaking Chain

$$E_7 \xrightarrow{\epsilon_0} E_6 \xrightarrow{\epsilon_1} SO(10) \xrightarrow{\epsilon_2} SU(5)$$

Family Symmetry

$$q_i \equiv (Q_{i1}, Q_{i2}, Q_{i3})$$

Fermion質量

C.D. Froggatt and H.B. Nielsen, Nucl. Phys.B147(1979) 277

288

C.D. Froggatt, H.B. Nielsen / Hierarchy of quark masses

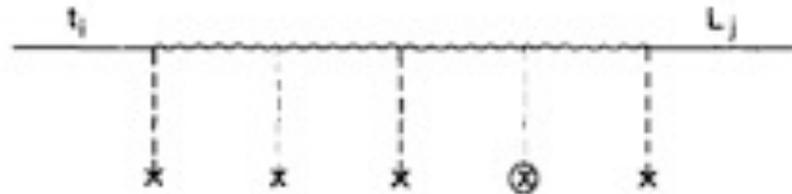


Fig. 1. Feynman diagram which generates the quark mass matrix element $M_{i,j}$. Full lines represent quarks and wavy lines represent super heavy fermions. The dashed lines represent Higgs tadpoles as follows: $---x(\phi_1)$, and $---\otimes(\phi_2)$.

Effective Operator : 全体として要求されている対称性を満たす

例 : **Weiberg演算子** (Seesawによって導出されるニュートリノのマヨラナ質量項)

$$\mathcal{L} = \frac{1}{\Lambda} LHLH$$

標準理論のゲージ対称性を満たす
 Λ は背後にある物理を表す。具体例
 は右巻きニュートリノの質量

Fermion質量

C.D. Froggatt and H.B. Nielsen, Nucl. Phys.B147(1979) 277

Family対称性まで含めて全体として対称性を満たす演算子を考える。

$$\mathcal{L} = \prod_k \left(\frac{\phi_k}{\Lambda} \right)^{n_k} \psi_i \psi_j H$$

ϕ_l H ϕ_m



質量Mの粒子が飛ぶ。
Λは結合定数の大きさ
込みでの表記的な値

$$\mathcal{L} = \frac{1}{\Lambda} LHLH \rightarrow \frac{\langle H \rangle}{\Lambda} H\nu\nu \rightarrow \epsilon \langle H \rangle \nu\nu = m_\nu \nu\nu$$

に対応して

$$\mathcal{L} = \prod_k \left(\frac{\phi_k}{\Lambda} \right)^{n_k} \psi_i \psi_j H \rightarrow \prod_k \left(\frac{\langle \phi_k \rangle}{\Lambda} \right)^{n_k} \psi_i \psi_j H \rightarrow \prod_k \epsilon_k^{n_k} \psi_i \psi_j H$$

$\prod_k \epsilon_k^{n_k}$ は i, j の組による $\longrightarrow y_{ij} \psi_i \psi_j H$ 湯川結合の「予言」

ϵ_k は対称性の破れと湯川結合の小ささを表すパラメタとなる

今の模型

$$E_7 \xrightarrow{\epsilon_0} E_6 \xrightarrow{\epsilon_1} SO(10) \xrightarrow{\epsilon_2} SU(5)$$

$\epsilon_0, \epsilon_1, \epsilon_2$: E_7 の表現の要素であり、この破れを引き起こす

Particle Content

Table 1

U(1) charges of the NG multiplets. The $U(1)_1$, $U(1)_2$ and $U(1)_3$ are the unbroken U(1)'s of coset-subspaces $E_7/E_6 \times U(1)$, $E_6/SO(10) \times U(1)$ and $SO(10)/SU(5) \times U(1)$, respectively

SU(5)	$U(1)_1$	$U(1)_2$	$U(1)_3$
$\mathbf{10}_1$	0	0	4
$\mathbf{10}_2$	0	3	-1
$\mathbf{10}_3$	2	-1	-1
$\mathbf{5}_1^*$	0	3	3
$\mathbf{5}_2^*$	2	-1	3
$\mathbf{5}_3^*$	2	2	-2
$\mathbf{1}_1$	0	3	-5
$\mathbf{1}_2$	2	-1	-5
$\mathbf{1}_3$	2	-4	0
$\mathbf{5}$	2	2	2

$$E_7 \xrightarrow{\epsilon_0} E_6 \xrightarrow{\epsilon_1} SO(10) \xrightarrow{\epsilon_2} SU(5)$$

$$\epsilon_0(-3, 0, 0), \quad \bar{\epsilon}_0(3, 0, 0),$$

$$\epsilon_1(-1, -4, 0), \quad \bar{\epsilon}_1(1, 4, 0)$$

$$\epsilon_2(-1, -1, -5), \quad \bar{\epsilon}_2(1, 1, 5)$$

$$E_7 \supset E_6 \times U(1)$$

$$56 = 1(3) + 1(-3) + 27(-1) + \bar{27}(1)$$

$$133 = 78(0) + 1(0) + 27(2) + \bar{27}(-2)$$

$$E_6 \supset SO(10) \times U(1)$$

$$27 = 1(-4) + 10(2) + 16(-1)$$

Family Symmetry

Particle Content

Table 1

U(1) charges of the NG multiplets. The $U(1)_1$, $U(1)_2$ and $U(1)_3$ are the unbroken U(1)'s of coset-subspaces $E_7/E_6 \times U(1)$, $E_6/SO(10) \times U(1)$ and $SO(10)/SU(5) \times U(1)$, respectively

SU(5)	$U(1)_1$	$U(1)_2$	$U(1)_3$
10_1	0	0	4
10_2	0	3	-1
10_3	2	-1	-1
5_1^*	0	3	3
5_2^*	2	-1	3
5_3^*	2	2	-2
1_1	0	3	-5
1_2	2	-1	-5
1_3	2	-4	0
5	2	2	2

$$E_7 \xrightarrow{\epsilon_0} E_6 \xrightarrow{\epsilon_1} SO(10) \xrightarrow{\epsilon_2} SU(5)$$

$$\epsilon_0(-3, 0, 0), \quad \bar{\epsilon}_0(3, 0, 0)$$

$$\epsilon_1(-1, -4, 0), \quad \bar{\epsilon}_1(1, 4, 0)$$

$$\epsilon_2(-1, -1, -5), \quad \bar{\epsilon}_2(1, 1, 5)$$

$$E_7 \supset E_6 \times U(1)$$

$$56 = 1(3) + 1(-3) + 27(-1) + \bar{27}(1)$$

$$133 = 78(0) + 1(0) + 27(2) + 27(-2)$$

$$E_6 \supset SO(10) \times U(1)$$

$$27 = 1(-4) + 10(2) + 16(-1)$$

Family Symmetryの破れ

56表現が司る、、かも

$$E_8 \supset E_7 \times SU(2)$$

$$248 = (133, 1) + (1, 3) + (56, 2)$$

Higgsの指定

$$E_6 \supset SO(10) \times U(1)$$

$$27 = 1(-4) + 10(2) + 16(-1)$$

5の候補が一つと5*の候補が二つ

$$\mathbf{5}_H (2,2,2)$$

$$\mathbf{5}_H^* = \sin \theta \mathbf{5}_{16}^* + \cos \theta \mathbf{5}_{10}^* \quad \mathbf{5}_{16}^* (2, -1, 3) \quad \text{and} \quad \mathbf{5}_{10}^* (2, 2, -2) \quad \text{線形結合}$$

湯川結合

一般に

$$W = W_U + W_D + W_E + W_\nu,$$

$$W_U = \sum_{ij} a_{ij} Y_{Uij} \mathbf{10}_i \mathbf{10}_j \mathbf{5}_H,$$

$$W_D = W_E = \sum_{ij} b_{ij} Y_{D/Eij} \mathbf{5}_i^* \mathbf{10}_j \mathbf{5}_H^*,$$

$$W_\nu = \sum_{ij} c_{ij} Y_{\nu ij} \mathbf{5}_i^* \mathbf{1}_j \mathbf{5}_H,$$

$$Y_U \simeq \begin{pmatrix} \epsilon_2^2 & \epsilon_1 \epsilon_2 & \epsilon_0 \epsilon_2 \\ \epsilon_1 \epsilon_2 & \epsilon_1^2 & \epsilon_0 \epsilon_1 \\ \epsilon_0 \epsilon_2 & \epsilon_0 \epsilon_1 & \epsilon_0^2 \end{pmatrix},$$

$$Y_{D/E} \simeq \begin{pmatrix} \epsilon_1 \epsilon_2 \cos \theta & \epsilon_1^2 \cos \theta & \epsilon_0 \epsilon_1 \cos \theta \\ \epsilon_0 \epsilon_2 \cos \theta & \epsilon_0 \epsilon_1 \cos \theta & \epsilon_0^2 \cos \theta \\ \epsilon_0 \epsilon_2 \sin \theta & \epsilon_0 \epsilon_1 \sin \theta & \epsilon_0^2 \sin \theta \end{pmatrix},$$

$$Y_\nu \simeq \begin{pmatrix} \epsilon_1^2 & \epsilon_0 \epsilon_1 & \epsilon_0 \epsilon_2 \\ \epsilon_0 \epsilon_1 & \epsilon_0^2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_0^2 \end{pmatrix}.$$

これに対し

$$\frac{\epsilon_1}{\epsilon_0} \sim 0.1, \quad \frac{\epsilon_2}{\epsilon_0} \sim 0.01 \quad \text{and} \quad \tan \theta \sim 1 \quad \text{を仮定}$$

$$M_{\nu_R} = \frac{1}{M_G} \begin{pmatrix} \epsilon_1^2 s_2^2 & \epsilon_0 \epsilon_1 s_2^2 & \epsilon_0 \epsilon_1 s_1^- s_2^- \\ \epsilon_0 \epsilon_1 s_2^2 & \epsilon_0^2 s_2^2 & \epsilon_0^2 s_1^- s_2^- \\ \epsilon_0 \epsilon_1 s_1^- s_2^- & \epsilon_0^2 s_1^- s_2^- & \epsilon_0^2 s_1^2 \end{pmatrix}$$

と併せてO(1)パラメタの範囲でうまくいく

もう少し一般化して“Unparallel Family Structure” ← Lopsidedに負けた

Phys.Lett.B 493 (2000) 356-365

	I	II
Q_{l_3}	A	A
Q_{l_2}	A	A
Q_{l_1}	A + 1	A

$$M_{\nu_L} \sim \begin{pmatrix} \epsilon^2 & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & 1 & 1 \\ \epsilon & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Mとτは元々同じ → 大きな混合

3. Unification of $L_\mu - L_\tau$ and the standard model gauge group 2106.01520

最近 $L_\mu - L_\tau$ 模型に興味 これも含めて大統一理論を作りたい

大統一理論はクォークとレプトンを同列に扱う VS $L_\mu - L_\tau$ 模型は特定のレプトンを特別視
一見無理そう

一方で、Coset Space UnificationにはU(1)が沢山存在する。

→ なんとか有効活用したい。

→ やってみた

方針

SU(5)	U(1) ₁	U(1) ₂	U(1) ₃
10 ₁	0	0	4
10 ₂	0	3	-1
10 ₃	2	-1	-1
5 ₁ [*]	0	3	3
5 ₂ [*]	2	-1	3
5 ₃ [*]	2	2	-2
1 ₁	0	3	-5
1 ₂	2	-1	-5
1 ₃	2	-4	0

元の電荷 q_i

U(1)は線形結合を取り直せる
→lepton doubletは5*に入っているので
5*のU(1)電荷が0, 1, -1になるよ
うに線形結合を取る。

新しい電荷

$$Q_i = a_{ij} q_j$$

$$\begin{aligned} a_{ij} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{5}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{12} & \frac{1}{4} \\ 0 & \frac{5}{4} & -\frac{3}{4} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{12} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 1 \\ -\frac{5}{3} & -\frac{5}{6} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

3行目がL_μ-L_τを与える

1,2行目もE7の破れを考えると一意に決まる

一 目 次

SU(5)	U(1) ₁	U(1) ₂	U(1) _{3=μ-τ}
10 ₁	0	3	1
10 ₂	0	3	-1
10 ₃	2	-2	0
5 ₁ [*]	0	6	0
5 ₂ [*]	2	1	1
5 ₃ [*]	2	1	-1
1 ₁	0	0	-2
1 ₂	2	-5	-1
1 ₃	2	-5	1

TABLE II: U(1) charges of the NG multiplets in breaking (3). The U(1)₁, U(1)₂ and U(1)₃ are the unbroken U(1)'s of coset-subspaces E₇/E₆ × U(1), E₆/SU(5) × SU(2) × U(1) and SU(2)/U(1), respectively.

$$\begin{aligned}
 E_7 &\longrightarrow E_6 \times U(1)_1 \longrightarrow SU(5) \times SU(2) \times U(1)_1 \times U(1)_2 \\
 &\longrightarrow SU(5) \times U(1)_1 \times U(1)_2 \times U(1)_{3=\mu-\tau} \quad (6)
 \end{aligned}$$

In this chain both (**5**₃^{*}, **5**₂^{*}) and (**10**₂, **10**₁) appear as SU(2) doublet at the second breaking.

SU(5)多重項のE7多重項への埋め込み方は昔の模型と同じになるように定義

この例は純粋にU(1)の線形変換

二つ目

SU(5)	U(1) ₁	U(1) ₂	U(1) _{3=μ-τ}
10 ₁	1	-1	1
10 ₂	0	4	0
10 ₃	1	-1	-1
5 ₁ [*]	1	3	1
5 ₂ [*]	2	-2	0
5 ₃ [*]	1	3	-1
1 ₁	1	-5	1
1 ₂	0	0	-2
1 ₃	1	-5	-1

$$\begin{aligned}
 E_7 &\longrightarrow \text{SO}(10) \times \text{SU}(2) \times \text{U}(1)_1 \\
 &\longrightarrow \text{SU}(5) \times \text{SU}(2) \times \text{U}(1)_1 \times \text{U}(1)_2 \\
 &\longrightarrow \text{SU}(5) \times \text{U}(1)_1 \times \text{U}(1)_2 \times \text{U}(1)_{3=\mu-\tau} \quad (7)
 \end{aligned}$$

both SO(10) **16**=(**10**₁+**5**₁^{*}+**1**₁) and (**10**₃+**5**₃^{*}+**1**₃) form an SU(2) doublet at the first breaking. Note that U(1)

SU(5)多重項のE7多重項への埋め込み方は昔の模型と同じになるように定義

この例はU(1)の線形変換になっていない。

RH $\nu(1_1)$ の電荷が単純な線形変換の場合と符号が逆転本質的に独立な破れのパターンであるということ。

SUSY Nonlinear Modelでは表現 r を取るか r^* を取るかについて常に不定性が存在

TABLE III: U(1) charges of the NG multiplets in breaking (4). The U(1)₁, U(1)₂ and U(1)₃ are the unbroken U(1)'s of coset-subspaces E₇/SO(10)×SU(2)×U(1), SO(10)/SU(5)×U(1) and SU(2)/U(1), respectively.

三つ目

$$\begin{aligned}
 E_7 &\longrightarrow (SU(6) \times SU(2) \times U(1)_1) \\
 &\longrightarrow SU(5) \times SU(2) \times U(1)_1 \times U(1)_2 \\
 &\longrightarrow SU(5) \times U(1)_1 \times U(1)_2 \times U(1)_{3=\mu-\tau}
 \end{aligned}$$

SU(5)	U(1) ₁	U(1) ₂	U(1) _{3=μ-τ}
10 ₁	4	2	0
10 ₂	0	-3	1
10 ₃	0	-3	-1
5 ₁ [*]	4	-1	1
5 ₂ [*]	4	-1	-1
5 ₃ [*]	0	-6	0
1 ₁	-4	-5	-1
1 ₂	-4	-5	1
1 ₃	0	0	-2

In this chain both (**5**₁^{*}, **5**₂^{*}) and (**10**₂, **10**₃) appear as SU(2) doublet at the second breaking.

SU(5)多重項のE7多重項への埋め込み方は昔の模型と同じになるように定義

TABLE IV: U(1) charges of the NG multiplets in breaking (5). The U(1)₁, U(1)₂ and U(1)₃ are the unbroken U(1)'s of coset-subspaces E₇/SU(6)×SU(2)×U(1), SU(6)/SU(5)×SU(1) and SU(2)/U(1), respectively.

この例もU(1)の線形変換になっていない。

RH ν (1₁と1₂) の電荷が単純な線形変換の場合と符号が逆転本質的に独立な破れのパターンであるということ。

SUSY Nonlinear Modelでは表現 r を取るか r * を取るかについて常に不定生が存在

フェルミオンの埋め込み

湯川結合を指定しないとフェルミオンは指定できない
breaking parameters ϵ_i を指定する必要がある。が、

L μ -L τ 模型であると仮定するとレプトンの埋め込みは一意

例—

$$\begin{aligned} \mathbf{10}_1 &= (t^c, \{t_L, b_L\}, \tau^c) & \mathbf{5}_1^* &= (d^c, \{\nu_{Le}, e_L\}), \\ \mathbf{10}_2 &= (c^c, \{c_L, s_L\}, \mu^c) & \mathbf{5}_2^* &= (s^c, \{\nu_{L\mu}, \mu_L\}), \\ \mathbf{10}_3 &= (u^c, \{u_L, d_L\}, e^c) & \mathbf{5}_3^* &= (b^c, \{\nu_{L\tau}, \tau_L\}). \end{aligned}$$

クォークは全く任意。ここではこう仮定してみる
「世代」が意味をなさない。

フェルミオンの埋め込み

L_μ-L_τ相互作用

$$\mathcal{L}_{Z'} = g_{Z'} \{ (\bar{\mu}\gamma^\rho\mu + \bar{\nu}_{L\mu}\gamma^\rho\nu_{L\mu}) - (\bar{\tau}\gamma^\rho\tau + \bar{\nu}_{L\tau}\gamma^\rho\nu_{L\tau}) \\ + (\bar{c}\gamma^\rho\gamma_5c - \bar{s}\gamma^\rho s) - (\bar{t}\gamma^\rho\gamma_5t - \bar{b}\gamma^\rho b) \} Z'_\rho.$$

クォークとの結合は2世代と3世代のみ。一部軸性になる。

低エネルギーではすぐに実害は無さそう。

本当の予言を与えるには破れのパターンと破れを司る場を指定する必要がある。あくまで例

フェルミオンの埋め込み

湯川結合を指定しないとフェルミオンは指定できない
breaking parameters ϵ_i を指定する必要がある。が、

L μ -L τ 模型であると仮定するとレプトンの埋め込みは一意

例二

$$\begin{aligned} \mathbf{10}_1 &= (u^c, \{u_L, d_L\}, \tau^c) & \mathbf{5}_1^* &= (b^c, \{\nu_{Le}, e_L\}), \\ \mathbf{10}_2 &= (c^c, \{c_L, s_L\}, \mu^c) & \mathbf{5}_2^* &= (d^c, \{\nu_{L\mu}, \mu_L\}), \\ \mathbf{10}_3 &= (t^c, \{t_L, b_L\}, e^c) & \mathbf{5}_3^* &= (s^c, \{\nu_{L\tau}, \tau_L\}). \end{aligned}$$

クォークは全く任意。ここではこう仮定してみる
「世代」が意味をなさない。

フェルミオンの埋め込み

L_μ-L_τ相互作用

$$\mathcal{L}_{Z'} = g_{Z'} \{ (\bar{\mu}\gamma^\rho\mu + \bar{\nu}_{L\mu}\gamma^\rho\nu_{L\mu}) - (\bar{\tau}\gamma^\rho\tau + \bar{\nu}_{L\tau}\gamma^\rho\nu_{L\tau}) \\ - (\bar{u}\gamma^\rho\gamma_5u + \bar{d}\gamma^\rho\gamma_5d) + (\bar{c}\gamma^\rho\gamma_5c + \bar{s}\gamma^\rho\gamma_5c) \} Z'_\rho$$

クォークとの結合は軸性になる。 低エネルギーではすぐに実害は無さそう。

「世代」がずれるので核子崩壊はゲージ相互作用寄与については $p^+ \rightarrow \mu^+ \pi^0$

通常 of 統一理論だと $p^+ \rightarrow e^+ \pi^0$

本当の予言を与えるには破れのパターンと破れを司る場を指定する必要がある。あくまで例

4.まとめ

Coset Space Unificationの枠組みでSM+L μ -L τ ゲージがE₇埋め込めるかもしれない

ボトムアップ

低エネルギー（要は観測結果）を説明する。
具体的には破れのパラメタを定めて質量や混合が再現するか、その上で新たな予言があるのか。
一旦 μ - τ は忘れる必要があると思う。

トップダウン

高エネルギー（要はE₇統一理論）から出発してSU(5)大統一理論あるいは標準理論の登場人物を導出する。
具体的にはCoset Space Dimensional Reduction, Boundary condition, U(1) D term, Non-linear Realization, VEV
とりあえず登場人物を用意できれば
E7ではなくてE8かも